أثر تدريس وحدة مطورة في التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة

على تحصيل طلبة الصف التاسع وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي

The Effect of Teaching a Developed Geometry Unit Based on Multiple Representations on Grade Nine Students' Achievement and Interpretations of Their Answers

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

ديما إبراهيم سلمان حمد

إشراف د. موسى الخالدي

جامعة بيرزيت – فلسطين

أيار 2017

كلية الدراسات العليا

أثر تدريس وحدة مطورة في التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة على تحصيل طلبة الصف التاسع وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي

The Effect of Teaching a Developed Geometry Unit Based on Multiple Representations on Grade Nine Students' Achievement and Interpretations of Their Answers

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

ديما إبراهيم سلمان حمد

إشراف

د. موسى الخالدي – رئيساً

د. فطين مسعد – عضواً

د. رفاء الرمحي – عضوةً

قدّمت هذه الرسالة استكمالا لمتطلبات درجة الماجستير في التربية/ توجه تعليم الرياضيات

كلية الدراسات العليا

جامعة بيرزيت – فلسطين

أيار 2017

كلية الدراسات العليا

أثر تدريس وحدة مطورة في التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة على تحصيل طلبة الصف التاسع وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي

The Effect of Teaching a Developed Geometry Unit Based on Multiple Representations on Grade Nine Students' Achievement and Interpretations of Their Answers

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

ديما إبراهيم سلمان حمد

اللجنة المشرفة	التوقيع
د. موسى الخالدي – رئيساً	.....
د. فطين مسعد – عضواً	.....
د. رفاء الرمحي – عضواً	.....

أيار 2017

الإهداء

إلى الحبيب الأمي صلى الله عليه وسلم الذي هدانا سبل العلم.

إلى قلب توكل على الله حق توكله، إلى قلب متيقن بأن الله معه، إلى قلب ضحى وبكى وصبر وأعطى وأحب، إلى قلب أمي الحبيبة الغالية.

إلى روح لم تَكفَّ يوماً أن توصينا بالحفاظ على سبيل الله والعلم إلى روح أبي رحمه الله.

إلى الذين ورثوا الأنبياء، إلى كل من علمني حرفاً، إلى أساتذتي الأفاضل جميعاً.

إلى سر بسمتي أخواتي الغاليات دانا، نادرة، فاطمة، فاتنة، وأخي الغالي سلمان.

إلى قلوب جمعنا بها حب الرحمن فكن للقلب بلسماً وللروح حياة إلى أخواتي دعاء، نور، أمل، آلاء، وئام، وصباح.

إلى أرواح عطشى سقاها حب القرآن والعمل به.

إلى من عرف حق الله فدافع عنه، إلى شهدائنا الأبرار وأسرانا البواسل ومجاهدينا الأخيار.

إلى كل طالب علم يسعى ويجتهد ليصل، ويؤدي حق الله في علمه.

إلى رفيقاتي جميعاً.

شكر وتقدير

الحمد لله الذي بعث لنا رسولنا هادياً له، معرفنا برب رزاقٍ كريم، الذي علمنا بأن العلم طريقاً للجنة، فقال رَسُولَ اللهِ صلى الله عليه وسلم: (مَنْ سَلَكَ طَرِيقًا يَلْتَمِسُ فِيهِ عِلْمًا، سَهَّلَ اللهُ لَهُ طَرِيقًا إِلَى الْجَنَّةِ)، الحمد الله الذي وهب لنا علماً ثم أكرمنا بخير جزاء. الحمد الله الذي أكرمنا بعبادٍ له كانوا لنا عوناً بكافة مراحل حياتنا نعجز أن نوفي شكرهم فنكتفي بالدعاء لهم.

كل الشكر والامتنان لمعلمي الفاضل د. موسى الخالدي الذي كان لي أخً قبل أن يكون معلماً، الذي كان سنداً على كافة الأصعدة ودعماً وعوناً طيلة فترة دراستي الجامعية، فتعجز كلماتي عن شكرك والله.

واتقدم بكل الشكر والتقدير لكنز المعرفة والمعلم المعطاء د. فطين مسعد الذي تعلمت منه الكثير الكثير، ولم يبخل يوماً بمعرفته علي، وكان يزرع فينا الأمل بأننا سنصل ما دمنا نجتهد بعلم وعمل. وكل الشكر للأخت والاستاذة د. رفاء الرمحي التي كانت أختاً حانية، والمعلمة التي لطالما كانت دعماً لنا بتوجيهاتها ونصائحا المثمرة. فالشكر موصول لكما على ما بذلتوه في هذا البحث أيضاً.

وكل الشكر والتقدير لكلية التربية التي كانت الحضن الدافئ لي بعمادتها وأساتذتها وموظفيها كافة، ولم تبخل علي بدعماً أو مساندة. لكم جميعاً مني أسمى كلمات الشكر والامتنان.

ولا أنسى كل من ساندني في بحثي من مرحلة التطبيق والعمل من صديقاتي حنين، لبنى، وصفاء وآلاء والمعلمات سناء، بثينة، وفريزة. والشكر كل الشكر للمعلمة سهى على تكبدها عناء التطبيق معي والمديرة الفاضلة سوزان والطالبات اللواتي تعاون معنا، وكل الشكر لمدرسة بنات بيتونيا الأساسية بكادرها التعليمي وطالباتها التي احتضنتني ولم تبخل علي بأي شيء فكل الشكر والتقدير لهم. والشكر لصديقتي هبة على تدقيقها اللغوي للرسالة.

وكل الشكر لرفيقات جامعتي الغالية من زميلات بكالوريوس وماجستير كل الشكر لكنَّ على كل كلمة دعم ومساندة وعون.

الباحثة

ديما حمد

قائمة المحتويات

الرقم	الموضوع	الصفحة
	قرار لجنة المناقشة	ب
	الإهداء	ت
	شكر وتقدير	ث
	قائمة المحتويات	ج
	قائمة الجداول	ذ
	قائمة الأشكال	ر
	قائمة الملاحق	ز
	الملخص باللغة العربية	س
	الملخص باللغة الإنجليزية	ص

الفصل الأول: مشكلة الدراسة وإطارها النظري

1:1	تمهيد	1
2:1	الإطار النظري	4
1:2:1	التمثيلات الذهنية بحسب نموذج برونر	5
2:2:1	التمثيلات الداخلية والتمثيلات الخارجية	8
3:2:1	نموذج ليش وزملائه للتمثيلات الرياضية	10
3:1	مشكلة الدراسة	17

الرقم	الموضوع	الصفحة
4:1	أهداف الدراسة وأسئلتها	20
5:1	فرضيات الدراسة	20
6:1	أهمية الدراسة ومبرراتها	21
7:1	مصطلحات الدراسة	22
8:1	حدود الدراسة ومحدداتها	22
9:1	افتراضات/ مسلمات الدراسة	23
10:1	ملخص الفصل	23
	الفصل الثاني: مراجعة الأدبيات	
1:2	مقدمة	24
2:2	التمثيلات المتعددة والتحويلات الهندسية	25
3:2	التمثيلات الحسية والتحويلات الهندسية	32
4:2	التمثيلات الصورية والتحويلات الهندسية	37
5:2	التمثيلات المجردة (اللفظية، والرمزية) والتحويلات الهندسية	47
6:2	ملخص الأدبيات	49
	الفصل الثالث: إجراءات ومنهجية الدراسة	
1:3	مقدمة	53
2:3	منهجية الدراسة وتصميمها	53
3:3	مجتمع وعينة الدراسة	54

الرقم	الموضوع	الصفحة
4:3	أدوات الدراسة	54
1:4:3	أداة تحليل المحتوى	54
2:4:3	الوحدة المطورة	57
3:4:3	اختبار تحصيلي	60
4:4:3	المقابلات شبه المنظمة	60
5:3	صدق وثبات أدوات الدراسة	62
6:3	إجراءات الدراسة	66
7:3	استراتيجيات تحليل البيانات	67
8:3	المعايير الأخلاقية	68
9:3	ملخص الفصل	69
	الفصل الرابع: نتائج الدراسة	
1:4	مقدمة	70
2:4	أثر توظيف التمثيلات المتعددة على تحصيل المتعلمين	71
3:4	أثر توظيف التمثيلات المتعددة على تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم	77
4:4	ملخص الفصل	98
	الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات	
1:5	مقدمة	99
2:5	الفروق الحاصلة على تحصيل المتعلمين في كلا المجموعتين	101

الرقم	الموضوع	الصفحة
3:5	تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم للتحويلات الهندسية	107
4:5	التوصيات	112
	قائمة المراجع	115
	الملاحق	135

قائمة الجداول

الرقم	العنوان	الصفحة
1 . 3	التكرارات والمتوسطات الحسابية للتمثيلات الرياضية في الوحدة التي يعرضها الكتاب المقرّر	55
2 . 3	توزيع طالبات عينة المقابلات على المجموعات ومستويات التحصيل	61
1 . 4	نتائج اختبار ت للعينات المستقلة لعلامات المتعلمين السابقة في مادة الرياضيات	72
2 . 4	نتائج اختبار ت للعينات المستقلة لاختبار التحصيل البعدي	73
3 . 4	نتائج اختبار ت للعينات المستقلة للمستويات المعرفية في الاختبار التحصيلي	75

قائمة الأشكال

الرقم	العنوان	الصفحة
1 .1	العلاقة بين التمثيلات الداخلية والخارجية في تطوير الطفل لمفهوم العدّ والعدد خمسة مثالاً (Pape & Tchoshanor, 2001)	9
2 . 1	نموذج ليش و لانداو وهاميلتون (Lesh, Landau & Hamilton; 1983) للتمثيلات الرياضية الخارجية	13
3 . 1	نموذج لش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr; 1987) للتمثيلات الرياضية الخارجية	14
4 . 1	نموذج ليش وكريمر ودوير وبوست و ا زوجيسكي (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski; 2003) للتمثيلات الرياضية الخارجية.	15
5 . 1	نموذج لش ودوير (Lesh & Doerr; 2003) للتمثيلات الرياضية الخارجية	16
1 . 2	عينة من التمثيلات الصورية والحسية خلال تعلم بعض مفاهيم التحويلات الهندسية	30
2 . 2	عينة من التمثيلات الصورية والحسية خلال تعلم بعض مفاهيم التحويلات الهندسية	40
1 . 3	قصة قصيرة حول مفهوم الدوران	58
2 . 3	نشاط عملي حول مفهوم التّمدد	59
1 . 4	المتوسطات الحسابية للمستويات المعرفية للمجموعة التجريبية والضابطة	74
2 . 4	السؤال الأول من المقابلة المرتبطة في فحص آليات تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم في التحويلات الهندسية	78
3 . 4	رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الأول في المقابلة	82
4 . 4	رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الأول في المقابلة	84
5 . 4	السؤال الثاني من المقابلة المرتبطة في فحص آليات تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم في التحويلات الهندسية	86
6 . 4	رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الثاني في المقابلة	89
7 . 4	رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الثاني في المقابلة	91
8 . 4	رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الثالث في المقابلة	94
9 . 4	رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الثالث في المقابلة	96

قائمة الملاحق

الرقم	العنوان	الصفحة
1	أداة تحليل الوحدة	135
2	الوحدة المطورة	136
3	وصف كيفية بناء الوحدة التعليمية بناءً على نموذج "الش" وزملائه	180
4	أهداف الوحدة وجدول المواصفات	182
5	الاختبار التحصيلي	186
6	مفتاح الإجابة للاختبار التحصيلي	194
7	أسئلة المقابلات	197
8	ورقة التأملات	199

ملخص الدراسة

أثر تدريس وحدة مطورة في التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة على تحصيل طلبة الصف التاسع وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي

هدفت هذه الدراسة إلى استكشاف أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة على تحصيل المتعلمين في موضوع التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى استكشاف أثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها.

سعت الدراسة لتحقيق هذه الأهداف من خلال الإجابة على السؤال الرئيسي الآتي: ما أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي؟ للإجابة على هذا السؤال تم توظيف المنهج الكمي بتصميم شبه تجريبي، حيث تم اختيار مجموعة ضابطة وأخرى تجريبية لقياس أثر استخدام التمثيلات على تحصيل المتعلمين، كما تم اللجوء للمنهج الكيفي بتصميم وصفي تحليلي لتحديد تفسيرات المتعلمين لإجراءات التحويل الهندسي.

لتحقيق أهداف الدراسة تم تصميم وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" حيث اشتملت على مفاهيم وأمثلة وأنشطة، بالإضافة إلى تصميم اختبار تحصيلي، ومقابلات شبه منظمة كأدوات للدراسة. أما المجموعة الضابطة فقد تعلمت وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي. بعد الانتهاء من تدريس الوحدة تعرض المتعلمون للاختبار التحصيلي البعدي، والذي يقيس معرفة الطلبة بالتحويلات الهندسية، وقدرتهم على التطبيق عليها واكتساب مهارات عليا حول مفاهيم الوحدة. كما تم إجراء مقابلات فردية مع

مجموعة من المتعلمين الذين قاموا بإجابة الاختبار التحصيلي للكشف عن الإجراءات التي يقومون بها أثناء قيامهم بالتحويلات الهندسية وتفسيراتهم لها.

أظهرت النتائج وجود أثر إيجابي لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية على تحصيل المتعلمين. كما كان له مساهمة ايجابية في تطوير الجانب المعرفي ومهارات التفكير العليا لدى المتعلمين بالمقارنة مع التعلم بالطريقة التقليدية التي تركز على الجانب التطبيقي في التعليم كما يعرضها الكتاب المدرسي.

كما بينت نتائج الدراسة أن توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم تعمق البنى المعرفية والذهنية للمتعلمين، مما يكسبهم قدرة أكبر على تفسير إجراءاتهم وتبريرها بشكل صحيح، بالإضافة إلى تنمية مهارات التفكير العليا لديهم وقدرتهم على التفكير في منطقية ومعقولية إجاباتهم.

بناء على هذه النتائج خرجت الدراسة بمجموعة من التوصيات لصناع القرار في وزارة التربية والتعليم بتطوير المناهج وتوفير مستلزمات التعلم وإشراك المتعلمين في بناء المناهج، كما أوصت بالقيام ببعض الدراسات المستقبلية ذات العلاقة.

Abstract

The Effect of Teaching a Developed Geometry Unit Based on Multiple Representations on Grade Nine Students' Achievement and Interpretations of Their Answers

The aim of this study was to explore the impact of teaching Grade Nine geometry transformations unit based on the multiple representations of Lesh (2003) model on the achievement of learners in the field of geometry transformations, as well as to explore its effect in developing learners ability to interpret and justify their actions of geometry transformations.

The study sought to achieve these goals by answering the main following research question: What is the effect of teaching Grade Nine geometry transformations unit based on multiple representations according to Lesh model on the learners' achievement and their interpretations of the procedures of geometric transformations?

To answer this question, a quantitative approach was employed with a quasi-experimental design, in parallel to an analytical descriptive qualitative approach. The geometry transformations unit was designed based on multiple representations based on Lesh model, which included

relevant concepts, examples and activities, as well as the design of an achievement test and a semi-structured interview. On the other hand, the control group learned the unit as presented in the textbook. Then, the learners sat for an achievement test, which measured students' knowledge of geometry transformations, their ability to apply them and the extent of their acquisition of higher cognitive skills of the unit concepts. Individual semi-structured interviews were also conducted with a group of learners who answered the achievement test to identify their interpretation of geometry transformations in depth.

The results revealed a positive significant effect of employing multiple representations in teaching geometry transformations on learners' achievement. It also improved the cognitive aspect and higher thinking skills of the learners compared to those who learned in the traditional way.

The study also demonstrated that employing multiple representations in teaching deepened the cognitive and intellectual structures of learners, giving them the ability to interpret and justify their actions deeply, and developing their higher thinking skills and ability to think about the logic of their answers.

Based on these findings, the study ended up with a set of recommendations for decision makers in the Ministry of Education and Higher Education. Other recommendations for future studies were also offered.

الفصل الأول: مشكلة الدراسة: وإطارها النظري

1:1 تمهيد

لم يكن لمخلوق على وجه الأرض أن يستمر بالعيش ما لم يتفاعل مع البيئة المحيطة به، ويحاول فهمها وإدراك ما يحدث من حوله حتى يجعل حياته تسير بشكل أفضل. وما كان للإنسان أن يصل إلى هذا التطور القائم في عصرنا الحالي ما لم يتعلم ويبحث عن العلوم بأنواعها محاولاً التعمق فيها وفهمها وتوظيفها من أجل تعلم أفضل وحياة أفضل.

مما لا شك فيه أن التفكير عند الإنسان قائم على معارفه التي تشكل طريقته في مواجهة المواقف والمشكلات، والتي يكتسبها من واقع حياته وتجاربه، وبذلك تشكل هذه المعارف أسلوب تعلمه وتفكيره. فكثيراً ما نسعى نحو تفسير ما نقوم به والسبب وراء ما نحمله من أفكار ومعتقدات، ولكن هل يسعنا أن نفسر ذلك دون التفكير في هذه الممارسات؟ أو كيف نكتسب هذه الممارسات؟ وهل يمكننا أن نكون مفكرين جيدين وناقدين، ونبني استنتاجاتنا وتفسيراتنا على أسس منطقية دون أن نتعلم مهارات التفكير أو نمتلك خبرات كافية لذلك؟

لذلك كان لا بد من أن نكتسب مهارات وممارسات ومعارف لمواجهة المواقف والمشكلات من خلال التعلم، فتواكب العصور وسعي الإنسان للتعلم أعطى أهمية خاصة للتعليم لما ينبني عليها من تطلعات كثيرة، فاهتم الإنسان بالتعليم والتعلم على مدى العصور والحضارات، وكان يسعى دائما لجعل البيئة التعليمية والتعلمية أفضل، وكذلك طرق التعليم والوسائل التعليمية. ومع كثرة الوسائل التعليمية والتطور أصبح لا بد من معرفة ما يؤثر بشكل ايجابي على العملية

التعليمية وما يسبب لها المشكلات وقد يؤثر عليها سلباً. وأكثر ما يدعو له التربويون هو استخدام الاستراتيجيات التعليمية المتنوعة، وتوظيف التكنولوجيا في التعليم والبرامج المحوسبة والتمثيلات المتعددة على وجه الخصوص (Lesh, Post & Behr, 1987; Ainsworth, Bibby & Wood, 2002). ولكن ما مدى مساهمة هذه الاستراتيجيات في تحسين تعلم المتعلمين؟ أم ستزيده متعة فقط؟ أم يمكن أن يكون لها أثر سلبي على العملية التعليمية في بعض الأحيان؟ ولذلك من الجدير بالاهتمام دراسة هذا الجانب كونه يمس العمود الفقري للأمة وهو التعليم والذي تقوم عليه كل أمة. فإن صلح التعليم صلحت الأمة ومصالحها وإن كان آخر اهتمامها كانت أمة تعاني من الكثير من العقبات!

أحياناً ندعي أننا على معرفةٍ بالكثير من الظواهر المحيطة بنا، وأننا على يقين بمسبباتها وأشكالها، ولكننا نصطدم بعدم معرفتنا أو معرفتنا السطحية أو الشكلية لهذه الظواهر لمجرد سؤالنا عنها. ولعلني اختص هنا بالبيئة التعليمية والتعلمية بما فيها من ظواهر مختلفة حول طبيعة التعلم والتعليم وما يحيط بها من سياقات مختلفة. فهناك الكثير من الممارسات التي نقوم بها أثناء تعلمنا وتعليمنا لا نستطيع أن نفسر سبب قيامنا بها، ربما لأننا لسنا على معرفة كافية بها أو حتى لعدم إدراكنا لما نقوم به، فقد نقوم بإجراء تحويل هندسي مثلاً دون إدراكنا لمعنى المفهوم أو الإجراء. فدراسة هذه الظواهر وتعايشنا معها محاولين استكشافها وتفسيرها يكسبنا معرفة أو إدراك لممارساتنا محاولين أن نفهمها، لكي نستطيع التعامل معها سواء سلباً أو ايجاباً، لنصبح أكثر دراية حول المسببات وأقدر على مواجهتها.

ولأن ممارساتنا غالباً ما تنبع من تفكيرنا، فإن ممارساتنا الرياضية تنبني على التفكير أيضاً. فغالبا ما يتبادر إلى أذهاننا عند ذكر التفكير والتصور الذهني الرياضيات وبالأخص المواضيع الهندسية، وكيف لنا أن نتعامل مع التحويلات الهندسية مثلاً؟ ونظراً لأن التحويل الهندسي جزء مهم من تعلم الهندسة كونه يبني تصوراً ذهنياً لدى المتعلم يُمكنه من تعلم المفاهيم الهندسية الأخرى، ويطور قدرته على إجراء التحويلات الهندسية بشكل تجريدي. فعلينا أن نكون قادرين على إجراء التحويل الهندسي بشكل تجريدي وهذا لن يحصل ما لم نتعرض لخبرات حسية وصورية كافية تمكننا من ذلك كما يرى برونر (Bruner,1966). الذي يحاجج أن هناك أكثر من نوع من التفكير يمكن للمتعلم انتهاجه بحيث يتناسب مع الموقف، فيمكن له أن يفكر بشكل مجرد إذا أراد إجراء تحويل هندسي بشكل مجرد، ويستخدم تمثيله الحسي إذا أراد إجراء تحويل هندسي باستخدام طي الورق من أجل إجراء انعكاس لشكل هندسي مثلاً (المرجع السابق).

ومحاولة في العمل من أجل جعل التعلم أفضل باستخدام استراتيجيات تعليم حديثة، ولكون المنهاج المدرسي المرجع الرئيسي للمعلم والطالب في العملية التعليمية في معظم الأنظمة التعليمية في العالم (Lesh, Cramer, Doerr, Post, & Zawojewski, 2003)، فلا بد أن يكون له أثر إيجابي على التعلم وقدرة المتعلمين على إحداث تعلم ذو معنى لما يتعلمونه. لهذا تسعى هذه الدراسة إلى تطوير وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج لش وزملائه (المرجع السابق)، محاولة في اكساب الطلبة الخبرة الكافية حول التحويلات الهندسية، لتبنى المعرفة الذهنية لديهم بطريقة صحيحة،

وليطوروا معرفة معمقة حول المفاهيم التي يتعلمونها، والخبرات الكافية حول التحويلات الهندسية ليكونوا قادرين على إجرائها وتفسيرها بشكل صحيح.

يعرض في هذا الفصل الإطار النظري للدراسة، مشكلتها، أهدافها، أسئلتها وفرضياتها، وأهميتها ومبرراتها، مصطلحات الدراسة، وافتراضات الدراسة.

2:1 الإطار النظري

قدمت نظريات التعلم الكثير من الأطر النظرية والفكرية من أجل تعليم وتعلم أكثر كفاءة، فقد عمل أصحاب هذه النظريات على مدى قرون من الزمن في المختبرات والمشاهدات والحياة العامة والعديد من التجارب ليتوصلوا إلى نظريات تربوية (العسكري، الشمري، والعبيدي؛ 2012). وهناك العديد من التربويين الذي عملوا على تطوير نظريات التعلم ومنهم "بياجيه"، "فيجوتسكي"، "برونر"، "فان هيل"، "دينز"، وغيرهم الكثير (المرجع السابق). منهم من تحدث عن مراحل التعلم التي يمر بها النمو العقلي أو المعرفي للطفل مثل "بياجيه" (العبيدي، 2009)، وتتميز كل مرحلة بمجموعة من الخصائص التي علينا أخذها بعين الاعتبار في العملية التعليمية، حيث تعتمد نظرية بياجيه على التفاعل المستمر بين الفرد وبيئته فيتم التعلم نتيجة الخبرة التي يكتسبها الفرد من هذا التفاعل، وأكد على التدريس في مجموعات صغيرة، وتوفير كل الأدوات والأنشطة، أو ترك الأطفال يختارونها حسب رغباتهم، وتشجيع الأطفال على التفاعل بينهم من خلال الأنشطة والمناقشات لأن ذلك يؤدي إلى النمو والتطور العقلي واللفظي (اللغوي) لدى الطفل (العسكري وآخرون، 2012).

ومنهم من أعطى الأهمية الأكبر للبيئة الاجتماعية في التعليم والتعلم أمثال "فيجوتسكي" الذي أوضح بأننا نكتسب المصطلحات والمفاهيم والمعارف التي تشكل البنى المعرفية لدينا من خلال تفاعلنا مع البيئة الاجتماعية المحيطة من معلمين أو متعلمين أو آباء أو غيرهم. ويمكن استكشاف البنى المعرفية والعمليات العقلية لدينا من خلال تفاعلنا مع الآخرين كأحاديثنا ومناقشاتنا حول مواضيع مختلفة أو تفسيراتنا وتبريراتنا للمواقف تعليمية معينة (فيجوتسكي، 1976).

في سياق متصل اهتم برونر بالناحية النشطة في التعلم وكيفية تمثيل المفاهيم، فالتعلم كما يراه برونر عملية حيوية يكتسب المتعلم المفاهيم من خلال ممارساته من أجل تطوير قدرته على معالجة المعلومات التي يحصل عليها وتنظيمها في بنى معرفية، فهو يجدّد مفاهيمه أو يطورها أو يزيدها عمقاً من خلال التعلم بالممارسة والاكتشاف (Bruner,1966)، بالإضافة إلى أن تفسيره لإجراءاته وطرق تفكيره تعتمد على طرق تعلمه وتعليمه، وأن التعلم يجب أن يستند إلى تعليم كيفية التفكير وإيجاد طرق لحل المشكلات، والذي ينعكس على قدرتهم لإجراء التحويلات الهندسية مثلا بناءاً على طرق تعلمهم لها (المرجع السابق).

1:1:1 التمثيلات الذهنية بحسب نموذج برونر

يرى برونر أن هناك أكثر من نوع من التفكير يمكن للمتعلم انتهاجه بحيث يتناسب مع الموقف والسياق الخاص به، فيمكن له أن يفكر بشكل مجرد إذا أرد إجراء تحويل هندسي بشكل مجرد، ويستخدم تمثيله الحسي إذا أراد إجراء تحويل هندسي باستخدام الورق مثلاً كطي ورقة

رُسم عليها شكلاً هندسياً حول خط (محور) معين وإيجاد صورته في الناحية الأخرى من الخط، كتمثيل حسي لمفهوم الانعكاس حول محور. كذلك بين برونر أن هناك عوامل أخرى تؤثر في التعلم كالدافعية والاستعداد لدى المتعلمين للتعلم، والحدس، والبنى المعرفية للمتعلمين (المرجع السابق).

واهتم برونر بالتمثيلات الذهنية (Mental representations) التي تشكل المعرفة لدى المتعلم ، ويعرضها ضمن ثلاثة مراحل وهي:

1) *مرحلة التمثيل الحسي (Enactive):* يبدأ التعلم في هذه المرحلة من خلال العمل، فهو تعلم قائم على مهارات حركية، حيث يمارس المتعلم النشاط بنفسه. وتكون هذه المرحلة خالية من الرموز والكلمات والصور الذهنية، فالمتعلم يتعلم من خلال حواسه.
2) *مرحلة التمثيل الأيقوني (Iconic):* في هذه المرحلة تحل الصورة محل التمثيلات والعمل، بمعنى أن يتعامل المتعلم مع المفهوم كصورة وليس كشيء محسوس، حيث يتمكن المتعلم من فهم المعلومات دون تمثيلها حسياً. ويمكنه التعلم من خلال الصور والرسومات كبديل للخبرات المباشرة والعمل والحركة.
3) *مرحلة التمثيل المجرد (الرمزي) (Symbolic):* في هذه المرحلة يكون المتعلم وصل إلى مرحلة من النضج العقلي التي تسمح له بفهم البيئة المحيطة وتمثيل الأشياء بشكل مجرد دون الاعتماد على المحسوسات والصور، واكتساب نظام رمزي لتمثيل الأشياء كاللغة مثلاً.

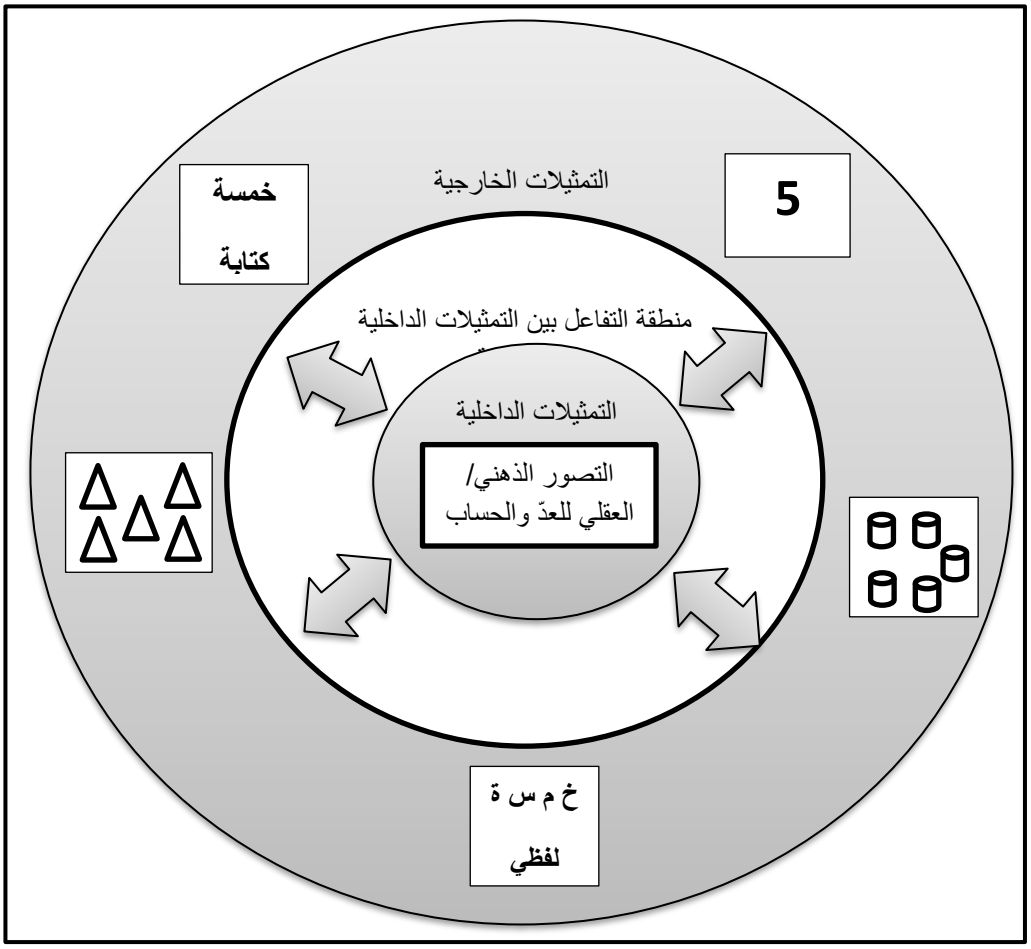
كما يحاجج برونر أن المتعلم يمكنه القيام بالتمثيل الرمزي عندما يتعرض لخبرات حسية وصورية كافية لذلك، فلا يمكن للمتعلم القيام بإجراء التحويل الهندسي الرمزي والمجرد ما لم يتعرض لخبرات محسوسة حول الأشكال الهندسية والعلاقات بينها. فالتمثيلات الذهنية بحسب برونر تنبني بشكل هرمي ولا تعتمد على العمر، فيمكن تعليم أي مفهوم لطفل بغض النظر عن عمره باستخدام تمثيلات مناسبة لذلك، بحيث تبدأ بتمثيلات حسية فصورية فمجردة(Bruner,1966;1973; 1965).

يتفق مع برونر العديد من النظريات التربوية التي اقترحت من أجل تطوير العملية التربوية بكافة نواحيها. ولتطوير العملية التربوية علينا توظيف هذه النظريات في البيئات التعليمية المختلفة؛ فمثلاً تم وضع معايير عالمية لتعليم الرياضيات بناءاً على هذه النظريات، ويتم الاعتماد على هذه المعايير في تعليم الرياضيات وبناء المناهج. ففيما يتعلق بالتحويلات الهندسية مثلاً فإن من أهم معايير تعليم التحويلات الهندسية بحسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) هو استخدام عدة تمثيلات لمساعدة المتعلمين على فهم التحويلات الهندسية الأربعة (الانعكاس، الدوران، الانسحاب، والتّمدد) وكيفية إجراءها، وليكونوا قادرين على تمثيلها ضمن عدة تمثيلات كصور، أو تمثيلات ديكارتية، أو متجهات (NCTM, 2000).

فالتمثيل هو أداة تدعم التعليم بطرق مختلفة، ويعتبر أداة قوية تربط بين الكلمات والصور أو بين الكلمات والمواقف الحياتية أو بين الصور والرموز وغيرها، وتفتح الأبواب لنماذج مختلفة للتعلم وللمعرفة ومعلومات وعلاقات جديدة (Lesh, Post & Behr,1987).

2:2:1 التمثيلات الداخلية والتمثيلات الخارجية

تنقسم التمثيلات الرياضية إلى تمثيلات خارجية وتمثيلات داخلية. فالتمثيلات الخارجية هي التمثيلات التي تقدم للمتعلم لتعلم مفهوم معين مثل صور، رسومات بيانية، جداول، خرائط، نماذج، رموز(Pape & Tchoshanor, 2001). أما التمثيلات الداخلية فهي الصور الذهنية والمخططات المعرفية التي يبنيها المتعلم للمفاهيم والأفكار الرياضية أو غيرها من خلال التجارب والخبرات التي يكتسبها من التمثيلات الخارجية. ويوضح الشكل (1.1) العلاقة بين التمثيلات الداخلية والخارجية في تطوير الطفل لمفهوم العدّ، والعدد خمسة مثالاً. فيتعلم الطالب بالبداية كتابة العدد خمسة كرمز 5 و ككلمة خمسة ويطلب منه تهجأتها وقراءتها، كما ويعطى مجموعة من المجسمات ويطلب منه أخذ خمسة منها، أو تمثيل العدد خمسة بالمحسوسات. ويطلب من الطفل رسم خمس دوائر مثلاً لتمثيل الرقم خمسة. بهذا يتكون لدى الطفل تصور ذهني للعدد ليستخدمه في مواقف مختلفة، كما ويمكنه التعبير عن هذا التصور الذهني بعدة تمثيلات كما تعلمها ويمكن أن يطورها من خلال تجاربه وخبراته أثناء التعلم (المرجع السابق).



الشكل (1.1)

العلاقة بين التمثيلات الداخلية والخارجية في تطوير الطفل لمفهوم العدّ والعدد خمسة مثالاً (Pape & Tchoshanor, 2001)

وكون التمثيلات المتعددة تشمل العديد من الجوانب التي تعرضت لها النظريات التربوية كالتعلم النشط (Pape & Tchoshanor, 2001)، أو التعلم ضمن سياق اجتماعي (المرجع السابق) أو غيرها، فالجمع بين هذه التمثيلات يقود إلى تعلم أفضل كون المتعلمون يختلفون في قدراتهم واحتياجاتهم (المرجع السابق). ولهذا تستند هذه الدراسة في إطارها النظري إلى نموذج "ليش" و"كريمر" و"دوير" و"بوست" و "زاوجيسكي" للتمثيلات الرياضية الخارجية (Lesh, Cramer, Doerr, Post, & Zawojewski, 2003) كنموذج أكثر

تخصيصاً من نموذج برونر، حيث أنه يعرض التمثيلات المجردة مثلاً بتمثيلين وهي الرمزية أو اللفظية. وقد استُنِد إلى هذه الخلفية النظرية لأنها تتوافق مع أهداف البحث التي تتمثل في تطوير وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى تمثيلات رياضية مختلفة، واستكشاف أثرها على تعلم الطلبة للتحويلات الهندسية وتفسير الإجراءات التي يتبعونها في التحويلات الهندسية وتبريرها.

في الجزء التالي يتم عرض تفصيلي لنموذج "ليش" و"كريمر" و"دوير" و"بوست" و"زاوجسكي" للتمثيلات الرياضية الخارجية

3:2:1 نموذج "ليش" وزملائه للتمثيلات الرياضية:

وضع لش وزملائه (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003) نموذجاً للتمثيلات الرياضية الخارجية والتي تساهم في تشكيل بنى داخلية حول مفاهيم التعلم لدى المتعلمين. وانقسمت التمثيلات بحسب النموذج إلى خمسة تمثيلات وهي:

1) **التمثيل بالصور والأشكال الساكنة (Pictures or Diagrams represrntations)** بحيث يعبر عن المفهوم بشكل أو صورة أو جدول تعكس المفهوم الرياضي وتوضحه. ويمكن أن تكون هذه الرسوم بالكتاب المدرسي، أو يعرضه المعلم، أو يرسمه الطالب. وهي تساعد على توضيح الأفكار وتكشف عن اخفاقات المتعلم في بعض الجوانب مما يستدعي مناقشتها من أجل توضيحها، كتظليل ربع دائرة حيث يقوم الطالب مثلا بتقسيمها بخطوط عرضية وتظليل جزء وهو غير مدرك لوجوب أن تكون الأجزاء متساوية.

2) **التمثيل بالمواقف الحياتية (Real world)** وهو التعبير عن المفهوم الرياضي ضمن سياق حياتي يتعلق في الحياة كالحياة اليومية مثلا. فيجب أن تكون هذه التمثيلات من اهتمامات الطلبة وضمن سياق حياتهم أو ضمن قصص خيالية ولكن يجب أن تكون على صلة بالمفهوم الرياضي. وغالبا ما تكون التمثيلات بالمواقف الحياتية عبارة عن أمثلة توضيحية أو مشكلات. مثل: أكل عامر ثلاثة أرباع بيتزا، وتقاسم هو وثلاثة من زملائه قطعة شوكلاته بالتساوي كم نصيب كل فرد فيهم من قطعة الشوكولاته؟

3) **التمثيل اللفظي (Varbal language)** وهو تمثيل المفهوم من خلال التعبير عنه بكلمات أي بألفاظ معينة توضح المفهوم كاستخدام المفاهيم الرياضية لصياغة جملة كلامية حول المفهوم. وغالباً ما تكون لغة محكية تعلم المتعلمين لغة الرياضيات والعمل بها، وتعطي المتعلمين الفرصة في التعبير عن أفكارهم بصوتٍ عالٍ.

4) **التمثيل بالنماذج و المجسمات (Manipulatives)** أي تمثيل المفهوم بشيء محسوس أو ملموس (مجسد) يحقق الهدف في توضيح المفهوم الرياضي. كاستخدام المكعبات أو قطع الدوائر أو ما شابه من أدوات يمكن لمسها ونقلها.

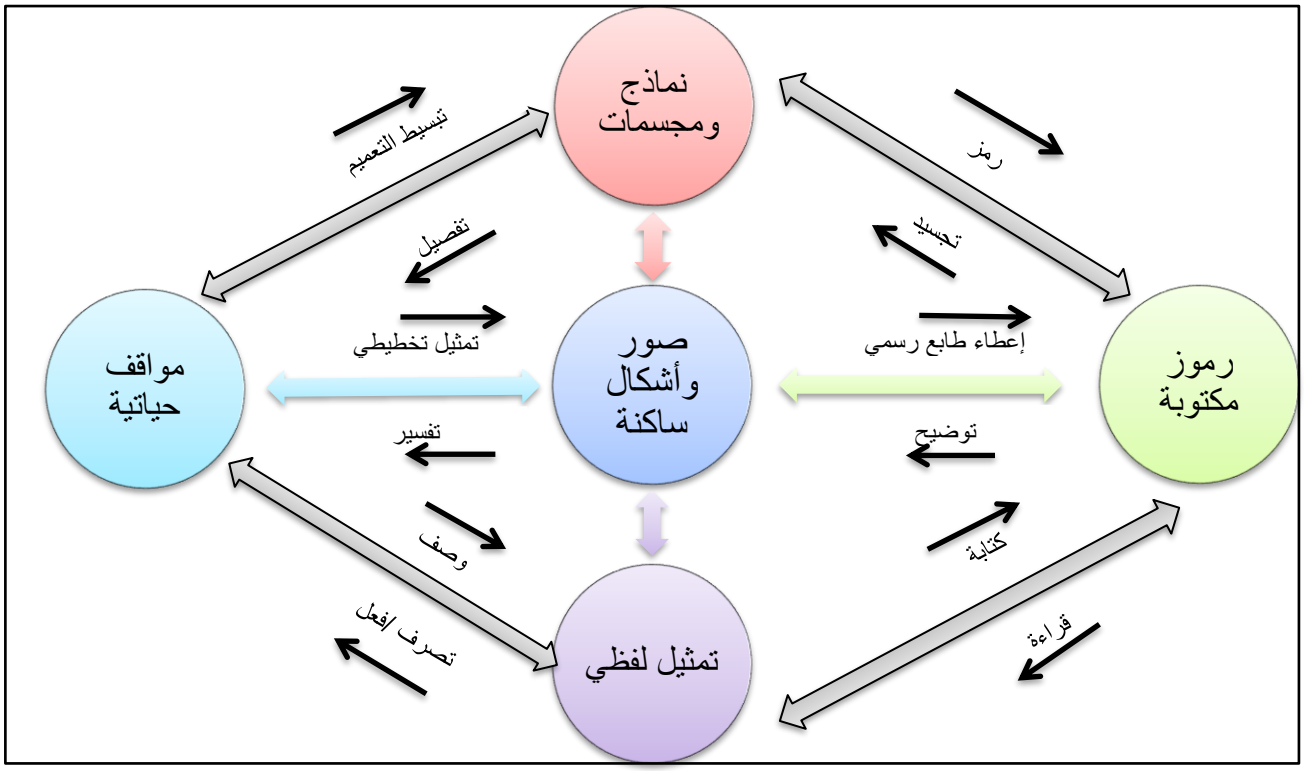
5) **التمثيل بالرموز المكتوبة (Written symbols)** وهو التعبير عن المفهوم الرياضي برموز رياضية كالكتابة بالأعداد أو الأحرف (رموز) مثل: 0.25، 25%، ¼، ثمنان، خمسة وعشرون بالمئة. وهي تكون أكثر تجريداً من غيرها من التمثيلات وهذا يكون لدى المتعلمين القدرة على الربط بين الرموز والأفكار الرياضية.

(Cikla, 2004 ؛Clement, 2004؛ Lesh, Post & Behr, 1987).

ربما لم يختلف نموذج "لش" وزملائه عن نموذج برونر كثيراً، ولكنهم اضافوا التمثيل بالمواقف الحياتية والتمثيل اللفظي على نموذج برونر والذي قد يشمله التمثيل المجرد، والتمثيل الحياتي كتمثيل حسي أوصوري كون الموقف الحياتي قد يكون تمثيلاً محسوس أو مصور خلال الموقف ذاته بمعنى أنه يمكن تخيله. ولكن يبقى نموذج لش وزملائه أكثر شمولية وتخصيصاً. كما أن لش وزملائه يختلفون عن برونر في الانتقال بين التمثيلات المختلفة (المراوحات) حيث يوضح برونر أن التمثيلات الذهنية تبدأ من التمثيل الحسي ثم الصوري فالمجرد على الترتيب، بينما نموذج لش وزملائه يستند إلى المراوحات بين التمثيلات المختلفة بمعنى أنه يمكن الانتقال من أي تمثيل إلى آخر كالانتقال من تمثيل حياتي إلى لفظي مثلاً دون المرور بتمثيل صوري. وقد طور لش وزملائه آلية المراوحات بين التمثيلات الخمسة في النموذج على مدار عدة سنوات لتشمل أربعة أشكال/ نماذج.

يوضح الشكل (2.1) نموذج لش وزملائه الأول للتمثيلات الرياضية الخارجية، حيث كانت المراوحة بين التمثيلات لا تشمل جميع التمثيلات، فمثلاً لم يكن هناك مراوحة بين التمثيل بالنماذج والمجسمات والتمثيل بالصور والأشكال الساكنة بأي من الاتجاهين، بينما هناك مراوحة مثلاً بين التمثيل بالرموز المكتوبة والتمثيل اللفظي. ويوضح الشكل آلية المراوحة بين التمثيلات بمعنى عند الانتقال من تمثيل الرموز المكتوبة مثلا للصور والأشكال الساكنة علينا تحويل التمثيل الرمزي المكتوب إلى صورة، مثلاً أن يكون هناك إحداثيات ديكارتية وعلى الطالب تمثيلها على المستوى الديكارتي كصورة. بينما المراوحة بالاتجاه المعاكس يغلب عليها الطابع الرسمي بمعنى تحويل الصورة إلى رموز، كإعطاء صورة لتحويل هندسي لشكل محدد،

مثل إنعكاس للمثلث حول المحور الصادي وعلى المتعلم إيجاد الإحداثيات الديكارتية للشكل وانعكاسه ومقارنة صورة الانعكاس بالصورة الأصلية (Lesh, Landau & Hamilton, 1983).

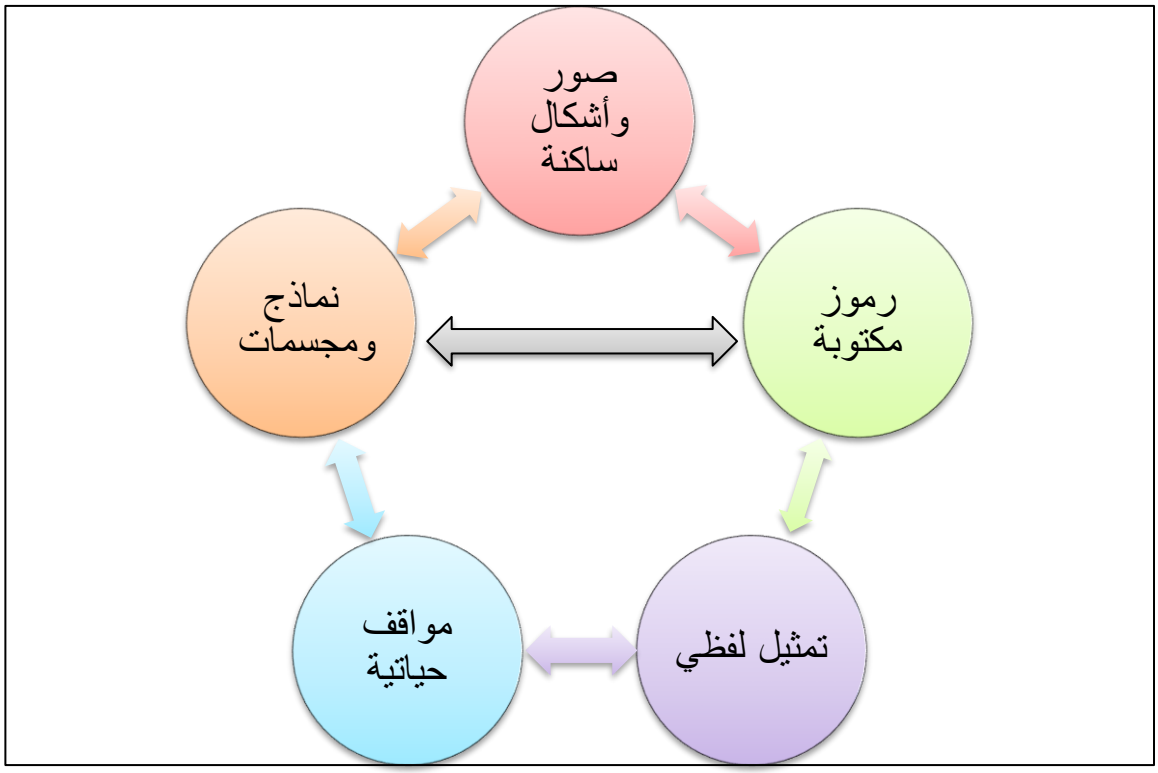


الشكل (2.1)

نموذج ليش و لانداو وهاميلتون (Lesh, Landau & Hamilton; 1983) للتمثيلات الرياضية الخارجية

أما النماذج الثلاثة الأخرى فاتخذت شكل التمثيل الدائري لترتيب التمثيلات، على خلاف النموذج السابق الذي كان التمثيل بالصور والأشكال الساكنة يشكل مركزها. ولكنها اختلفت في المراوحة بين التمثيلات. ففي الشكل (3.1) والذي يمثل نموذج لش وزملائه الثاني (المطور

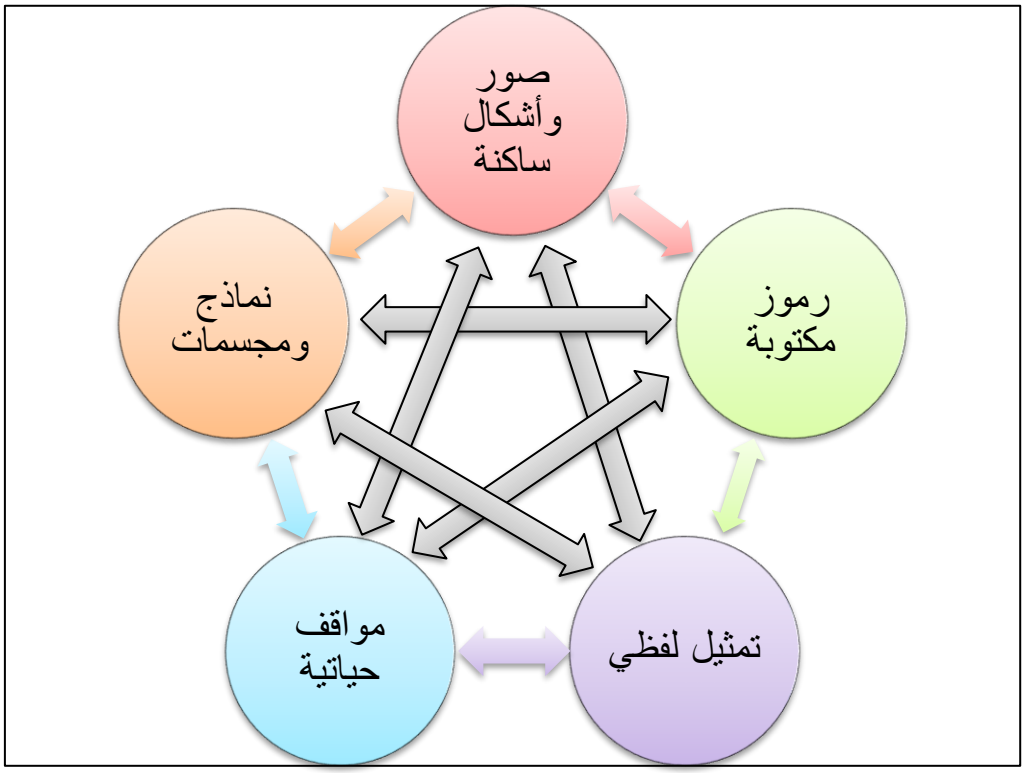
للأول) تختلف التمثيلات في عدد المراوحات فيمكن للمتعلم الانتقال من التمثيل بالصور والأشكال الساكنة للتّمثيل بالنماذج والمجسمات والرموز المكتوبة فقط، بينما التمثيل بالرموز المكتوبة يمكن الانتقال منها لثلاثة تمثيلات مختلفة ولكن لا يمكن الانتقال من تمثيل بالرموز المكتوبة إلى تمثيل بالمواقف الحياتية (Lesh, Post & Behr, 1987).



الشكل (3.1)

نموذج لش وبوست وبير (Lesh, Post & Behr; 1987) للتمثيلات الرياضية الخارجية

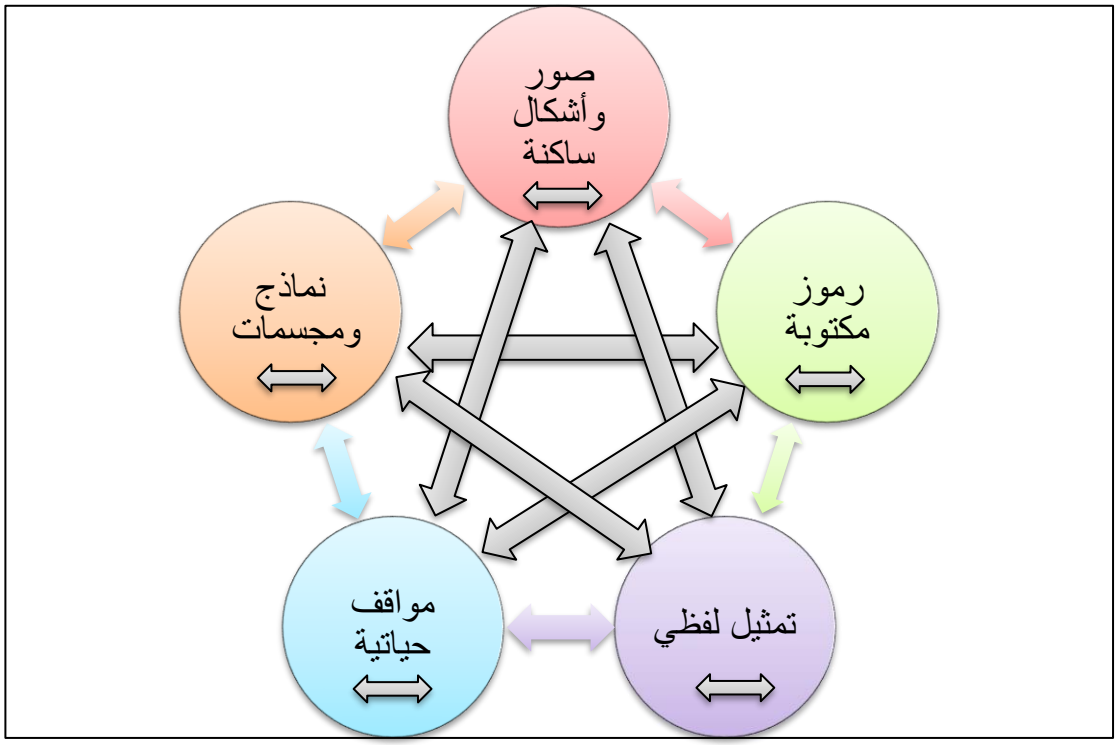
بينما في نموذج لش وزملائه الثالث (المطور للثاني) كما يوضحه الشكل (4.1) التالي يمكن للمتعلم الانتقال من أي تمثيل إلى أي تمثيل آخر لتمثيل مفهوم أو فكرة رياضية وبهذا يصبح التمثيل أكثر مرونة (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003).



الشكل (4.1)

نموذج ليش وكريمر ودوير وبوست و ا زوجيسكي (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski; 2003) للتمثيلات الرياضية الخارجية.

أما التمثيل الرابع (المطور للنموذج الثالث) والأخير حتى هذا الوقت والذي يوضحه الشكل (5.1) التالي، فقد شمل المراوحة بين التمثيل ونفسه بمعنى الانتقال من تمثيل صوري إلى تمثيل صوري مثلاً كتمثيل صورة حياتية كشكل على المستوى الديكارتي. وغيرها العديد من الأمثلة (Glancy, 2013; Lesh & Harel, 2003).



الشكل (5.1)

نموذج لش ودوير (Lesh & Doerr; 2003) للتمثيلات الرياضية الخارجية

ويمكن الاستنتاج أن نموذج لش وزملائه للتمثيلات الرياضية الخارجية يوفر خبرات تعليمية مختلفة عند تدريس المفاهيم والخبرات الرياضية، ويكسب المتعلم فهما معمقا للمفهوم بعد تعرضه لتمثيلات حسية وصورية ومجردة وحياتية، فيكون أكثر دراية بالمفهوم ومكوناته ويستطيع التعامل معه بمرونة وتوظيفه في سياقات مختلفة وحل مشكلات رياضية أيضاً. كما ويتسم النموذج بالمرونة حيث يمكن الانتقال من أي تمثيل إلى آخر أثناء التعلم، وهذا يراعي احتياجات المتعلمين باختلاف قدراتهم واهتماماتهم، فيمكنهم ان يتعلموا باستراتيجيات تعلم مختلفة تكسبهم معارف وخبرات تعليمية جيدة.

3:1 مشكلة الدراسة

تعد المؤسسات التعليمية من أهم المؤسسات الموجودة في أي بلد، لكونها تقوم بتأهيل جيل متعلم مثقف. فكل مؤسسة تعليمية تسعى لجعل الجيل الجديد ذو كفاءة معرفية ويمتلك المهارات والمعارف التي من شأنها أن تجعله يسعى لخدمة مجتمعه باختلاف قدراتهم ومهاراتهم.

ويعد الكتاب المدرسي المرجع الرئيسي الذي يعتمد عليه معظم المعلمين والمتعلمين في أنحاء مختلفة من العالم (Wang & Haertel, 1993) ولأهمية الكتاب المقرر في العملية التعليمية يجب أن يتلاءم مع نظريات التعليم والتعلم الحديثة التي عمل عليها العديد من العلماء، وأثبتت نجاعتها في العملية التعليمية. حيث أنها تساعد في تحقيق أهداف التعلم والتعليم بشكل أفضل. أما على الصعيد الفلسطيني خاصة فإن المنهاج الفلسطيني ما زال منهاجاً تجريبياً وتسعى وزارة التربية والتعليم العالي إلى تطويره، وفي ظل شح الدراسات الفلسطينية نحو تحليل المناهج والعمل على تطويرها، وكون المنهاج الفلسطيني يعاني من بعض المشكلات فهي مشكلة تحتاج إلى حلول، وهنا تكمن مشكلة الدراسة في الحاجة إلى تطوير المناهج وفحص كفاءتها وأثرها على التعلم الفعال والنشط، وليس تعلم تقليدي خامل يفقد المتعلمين دافعيتهم ورغبتهم في التعلم.

وفي ظل دعوة التربويون لاستخدام استراتيجيات متنوعة في التعليم لإختلاف احتياجات المتعلمين وطرق تعلمهم ولما لها من أثر ايجابي على التعلم، فإن توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم توفر هذه الفرص المختلفة للمتعلمين من أجعل تعلم أفضل بشكل يلبي احتياجاتهم

المختلفة (Ayub, Jitendre, Nelson, Pullesm, Kiss & Houseworth, 2016؛ Ghazali & Othman, 2013؛ Akkus & Cakiroglu, 2009)..

ففي ظل شح المناهج لهذه الفرص التعليمية وعدم مراعاتها غالباً لقدرات المتعلمين المختلفة وميولاتهم واحتياجاتهم من أجل تعلم أفضل (Karakirik & Durmus, 2005؛ Roschelle & others, 2000; Kynigos, 1993، Ruthven, Hennessy & Deaney, 2007)، تسعى الدراسة الحالية إلى توظيف التمثيلات المتعددة في المناهج التعليمية والتي بدورها تنعكس على استراتيجيات ونشاطات التعلم في تعليم مفاهيم التحويلات الهندسية. حيث تقوم بتطوير وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" والتمثيلات الرياضية الخارجية على وجه الخصوص، حيث يتم تطوير الوحدة بطرح أنشطة وأسئلة وتمارين تشمل التمثيلات الخمسة بحسب نموذج "لش" وهي التمثيلات الصورية، المواقف الحياتية، النماذج والمجسمات، اللفظية، والرمزية. ويتم تطوير الوحدة بناء على جانبين أساسيين هما أنشطة حسية يتم تصميمها وأرفاقها كنشاط يوضح آلية صنعها. بالإضافة إلى برامج حاسوبية تم استخدامها في التطوير كالمواقع الإلكترونية التي تطرح تطبيقات تعليمية، والبرامج الإكترونية كبرنامج الجيوجبرا. وهذا ما لم تتطرق له دراسات السابقة معاً كدراسة كاراكيريك ودورموس (Karakirik & Durmus, 2005)، فبعضها حاول استكشاف أثر البرامج الحاسوبية في تعليم التحويلات الهندسية، أو بعض الأنشطة الحسية البسيطة. ولكن من خلال هذه الدراسة يتم جمع الهدفين معاً كون واقعنا الفلسطيني يعاني من شح المعدات والمواد

التعليمية فلا تتوفر المواد الحسية كالمجسمات وقطع التركيب وغيرها بشكل مرضي، وعدم توفر الحواسيب الكافية والبرامج الحاسوبية لتعليم الرياضيات خاصة.

أضف إلى ذلك أنه بالرغم من التطور والتقدم المشهودين في حقل التعليم من أساليب تربوية حديثة ومطورة لملائمة احتياجات المتعلمين والسعي وراء تعلم أفضل إلا أن تعلم وتعليم الرياضيات لم يزال يشكل معضلة للمعلمين والمتعلمين لكونها تعاني من محدوديات المحتوى (الكتاب)، أنشطة وطرائق التدريس، وطرق التقييم. وخير مؤشر على حجم هذه المعضلة الأداء المتدني للطلبة الفلسطينيين في الامتحان الدولي (TIMSS) الذي يقيس مستوى أداء المتعلمين من مناطق مختلفة وبمستويات مختلفة أيضاً في الرياضيات والعلوم، حيث تشير النتائج إلى أن أكثر من نصف الطلبة الفلسطينين المتقدمين لامتحان TIMSS لم يصلوا إلى المستوى المنخفض حيث كان أداءهم أقل من الدرجة المعيارية الدولية لأداء منخفض (وزارة التربية والتعليم العالي، 2008).

ويعزي بعضهم سبب هذا التدني إلى التصور السلبي للطلبة عن الرياضيات وأنها بحاجة إلى عقول معينة لتفهمها، بينما يرى كل من كشك وجابر (2007) أن سبب هذا الضعف يعود إلى اللغة التي تكتب فيها الكتب حيث يعتقد بأنها غريبة وبعيدة عن ثقافة الطالب وواقعه، وأنها مجردة دون أي سياق مرتكزة على القواعد والنظريات.

نظراً لأهمية الرياضيات وتغلغلها في شتى مجالات حياتنا كالمتاجر والرسوم والأسواق وغيرها، وليكون المتعلم قادر على حل مشكلاته اليومية المتنوعة لا بد من تطوير طرق تدريس

توفر للمتعلمين تطبيقات ومفاهيم رياضية من واقع حياتهم لتحببهم للتعلم وتزيد من دافعيتهم نحوه، وهذا ما تسعى الدراسة لتحقيقه.

4:1 أهداف الدراسة وأسئلتها

تهدف هذه الدراسة إلى استكشاف أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع الأساسي المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين في مادة التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى استكشاف أثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها. ولتحقيق هذه الأهداف تحاول الدراسة الإجابة على السؤال الرئيسي التالي:

ما أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي؟

وينبثق منه سؤالين فرعيين:

1) ما مدى اختلاف تحصيل المتعلمين الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة والذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي؟
2) ما أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية المطورة على تفسيرات المتعلمين لإجراءتهم في التحويلات الهندسية؟

5:1 فرضيات الدراسة

تسعى الدراسة لفحص الفرضية الصفرية التالية:

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطات علامات طلبة المجموعة التجريبية الذي تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة وبين طلبة المجموعة الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب يعود للتمثيلات المتعددة.

6:1 أهمية الدراسة ومبرراتها

تكمن أهمية هذه الدراسة في سعيها لتطوير وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" والتمثيلات الرياضية الخارجية على وجه الخصوص، والتي بدورها ستغني الوحدة بالعديد من استراتيجيات التعليم بحيث تناسب المستويات المختلفة للمتعلمين وتجعلهم يتعلمون بشكل أفضل، حيث توفر لهم فرصاً أكثر للتعلم، وهذا ما يدعو التربويون لأخذه بعين الاعتبار في العملية التعليمية.

كما أنها توفر لوزارة التربية والتعليم تجربة جديدة في تطوير المناهج وتبعات هذه التجربة من ايجابيات وسلبيات على العملية التعليمة، حيث يمكن لمصمي المناهج والقائمين عليها الاستفادة من هذه التجربة كونها قامت على تطوير وحدة تعليمية وتطبيقها بشكل فعلي في الميدان.

أما بالنسبة لأهميتها لي كباحثة فقد اكسبتني خبرة في تطوير المناهج والتي تفتح لي آفاق في التطور المهني، بالإضافة إلى تطوير قدرتي في التعامل مع المنهاج المدرسي بمرونة وموائمته مع الظروف المحيطة في البيئة التعليمية.

7:1 مصطلحات الدراسة

فيما يلي قائمة التعريفات الإصطلاحية لمصطلحات الدراسة كما تم أخذها من الأدب التربوي، والتي تم اعتمادها كتعريفات إجرائية للدراسة.

التحويلات الهندسية : هي عملية إجراء تحريك أو تغير لأبعاد شكل هندسي سواء بالازاحة أو المدّ حول محور أو نقطة محددة وبمقدار محدد، وتنقسم إلى أربعة تحويلات: الانعكاس، الدوران، الانسحاب، التمدد (Martin, 1982).

التمثيلات المتعددة : هي عبارة عن استراتيجيات تعليمية لتوضيح مفهوم أو فكرة رياضية، وتشمل التمثيلات الصورية والحسية واللفظية والرمزية والمواقف الحياتية والتمثيل بالرسوم، والبرامج الحاسوبية والفيديوهات وغيرها (Lesh, Post & Behr, 1987).

8:1 حدود الدراسة ومحدداتها

1) اقتصرت هذه الدراسة على تحليل وتطوير وحدة التحويلات الهندسية والتي تعرض كوحدة دراسية صريحة في منهاج الرياضيات للصف التاسع المقرر في المناهج الفلسطينية.

2) اقتصرت هذه الدراسة على استكشاف أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل

المتعلمين في مادة التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى استكشاف أثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها.

9:1 افتراضات/ مسلمات الدراسة

تفترض الدراسة وجود معرفة سابقة لطلبة الصف التاسع حول الأشكال الهندسية وخصائصها والتي تعرضوا لها ضمن عدة مراحل دراسية سابقة. بالإضافة إلى معرفتهم السابقة بالهندسة التحليلية والتي تعتمد عليها التحويلات الهندسية في نفس وحدة سابقة لوحدة التحويلات الهندسية في نفس الصف الدراسي.

10:1 ملخص الفصل

تناول هذا الفصل تهيئة للدراسة وخلفيتها حيث تضمن مشكلة الدراسة وإطارها النظري، أهداف الدراسة وأسئلتها وفرضياتها، أهمية الدراسة ومبرراتها، مصطلحات الدراسة، حدود الدراسة ومحدداتها، بالإضافة إلى افتراضات/مسلمات الدراسة.

يتناول الفصل التالي مراجعة للأدبيات المتعلقة بموضوع التحويلات الهندسية وتعليمها وتعلمها محاولة في فهم الظاهرة التي يتم البحث فيها وأبعادها، والاستعانة بالأدب التربوي في تصميم منهجية الدراسة.

الفصل الثاني: مراجعة الأدبيات

2:1 مقدمة

هدفت هذه الدراسة إلى استكشاف أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" (2003) على تحصيل المتعلمين في مادة التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى استكشاف أثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها. ولتحقيق هذه الأهداف سعت الدراسة للإجابة على السؤال الرئيسي التالي:

ما أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات الذهنية بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي؟

ومحاولة في فهم الظاهرة قبل البحث فيها تم مراجعة بعض الدراسات المتعلقة بموضوع التحويلات الهندسية وتعليمها وتعلمها والتي وردت حول مجموعة من المحاور منها ما يتعلق بالتصورات الذهنية وتعليم التحويلات الهندسية من خلال البرامج الحاسوبية المختلفة، ودراسات أخرى في طرح استراتيجيات لتعليم التحويلات الهندسية من خلال التمثيلات المختلفة الحسية والصورية منها. بالإضافة إلى الدراسات التي بحثت في المفاهيم البديلة في موضوع التحويلات الهندسية، ومعتقدات المعلمين حول تعليمها والذي ينعكس بدوره على تعلم المتعلمين. وتم تصنيف هذه الدراسات بناءاً على أهدافها ومنهجيتها ضمن عدة محاور.

في هذا الفصل تم مراجعة الدراسات السابقة بشيء من التفصيل والتي وردت في الأدب التربوي بما يتناسب مع أهداف الدراسة وأسئلتها، وقد تم تصنيفها ليتم عرضها ضمن المحاور الرئيسية الآتية:

المحور الأول: التمثيلات المتعددة والتحويلات الهندسية.

المحور الثاني: التمثيلات الحسية والتحويلات الهندسية.

المحور الثالث: التمثيلات الصورية والتحويلات الهندسية.

المحور الرابع: التمثيلات المجردة (اللفظية، والرمزية) والتحويلات الهندسية.

2:2 التمثيلات المتعددة والتحويلات الهندسية

إن التعلم يشمل العديد من الجوانب، فحياتنا مليئة بالمراحل التعليمية والمواقف التعليمية المختلفة كتعلم الكلام والأكل والمشي، تعلم المهارات الحياتية باختلاف أنواعها، وتعلم العلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية وغيرها من العلوم، ولكننا لا نتعلم هذه العلوم بطريقة واحدة فمنها ما نتعلمه بالقراءة، ومنها بالممارسة، وأخرى بالتجريب وغيرها من الطرق المختلفة. وهذا ينسحب على تعلم العلوم المختلفة بما تشمله من مفاهيم ومعارف وخبرات فكل منها نتعلمه باستراتيجية مختلفة. حتى أن المفهوم الواحد كمفهوم التحويل الهندسي والذي يضم تحته العديد من المفاهيم والأفكار يمكن تعلمه بأكثر من استراتيجية، وتعلم المفهوم ذاته بأكثر من تمثيل، ونعني هنا بالتمثيل هو أداة تدعم التعليم بطرق مختلفة تسعى لتعميق

التفكير والفهم (Lesh, Post & Behr,1987؛ Cikla,2004). وهناك عدة أنواع للتمثيلات فمنها التمثيلات الحسية كالمجسمات والنماذج والقطع المتحركة، التمثيلات الصورية كالصور والرسومات والرسوم البيانية والخرائط، التمثيلات الحياتية كالمواقف اليومية، التمثيلات اللفظية بالكلمات والعبارات، التمثيلات الرمزية المجردة، والفيديوهات والبرامج الحاسوبية وغيرها الكثير (Clement, 2004؛Cikla,2004 ؛ Lesh, Post & Behr,1987).

أوضحت الدراسات كدراسة "كليمينت" (Clement, 2004) و "سيكلا" (Cikla,2004) مثلاً أن استخدام التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات على وجه الخصوص تمكن المتعلم من فهم المفاهيم والأفكار الرياضية بعمق، وهذا يمكنه من تمثيلها ضمن عدة تمثيلات كالتمثيلات الرياضية بحسب نموذج "لش" ويكون قادر على التنقل بين التمثيلات بسلاسة (Clement, 2004؛ Cikla,2004). وهذا التنقل بين التمثيلات يحتاج إلى تعلم معمق ففي البداية يتعلم المتعلم تمثيل المفهوم بعدة تمثيلات كل على حدى، ولكنه يجد صعوبة في التنقل بينها وهنا يكمن دور المعلم في توجيهه وإعطاء أمثلة متعدد على التنقل بين التمثيلات كالتعبير عن التمثيل الصوري لمفهوم الانعكاس مثلا بالكلمات أو العكس. وبهذا تتطور قدرة المتعلم على التنقل بين التمثيلات، ويصبح قادر على توظيفها ضمن سياقات تعليمية أخرى، وتطور قدراته على حل المشكلات وتنوع الأفكار وطرح حلول متنوعة يمكن اتباعها مع تبريرها وذكر الأسباب ورائها (المرجع السابق؛ Hawang, Chen, Dung & Yung, 2007).

أوضحت نتائج دراسة "كليمينت" (Clement, 2004) أن الانتقال من التمثيل المجرد إلى اللفظي أو العكس هو من أسهل التنقلات التي يمكن للمتعلمين القيام به أثناء تعلم الرياضيات وبنسبة مرتفعة لا تقل عن 80% كونهم يتعرضون لها بكثرة أثناء تعلم الرياضيات، فلا يستطيع المتعلم تمثيل مفهوم بتمثيل آخر لم يتعلمه أو يتعرض له لأنه غير موجود ضمن بناه المعرفية (Lesh, Post & Behr,1987). وعدم تعرض المتعلمين لتمثيلات مختلفة وكيفية التنقل بينها تجعل المتعلم غير مدرك لكون أنه عندما يحول معادلة جبرية مثلا لرسم بياني أن المعادلة والرسم البياني تمثيلان متكافئان ولكن ينظرون اليها على أنها مهام ووسائل لحل المسائل فقط (Gagatsis & Shiakalli, 2004).

كما أن من ايجابيات التمثيلات المتعددة أنها تعمل على التقليل من تشكل المفاهيم البديلة وتصحيحها في العديد من الحالات، فمن خلال قيامنا بالتمثيلات القائمة على التجربة والخطأ نلاحظ المفاهيم البديلة التي يكتسبها المتعلمون ويمكننا تصحيحها بالحجة (إعطاء دليل). وكذلك تعرض المتعلمون لمثل هذه التجارب تكسبهم المفاهيم بصورة أوضح، فالاتصال بين التمثيلات يحدث تصارع بين المفاهيم الرياضية محاولة في فهمها وهذا يولد العديد من التساؤلات حتى التوصل لإجابة منطقية. مثلاً المقارنة بين الكسور العشرية ك 0.8 و0.73، فبعض الطلبة يدعون بأن 0.8 أكبر لأن 8 أكبر من 73، ولكن عند توضيح المفهوم كأجزاء من عشرة ومن مئة بالمجسمات (ككقطع دينز) أو بالرسوم والتظليل فإن هذا يحدث صراع مفاهيمي لدى المتعلم ويغير المفهوم البديل الذي يمتلكه (Clement, 2004؛ Cikla,2004). ففهم المتعلم للمفهوم يعني تميز المفهوم عن المفاهيم الأخرى، وأن

يستطيع تمثيله بأكثر من تمثيل والتعبير عنه (Cikla,2004؛ Lesh, Post & Behr,1987). وهذا تعززه التمارين والأنشطة والمسائل التي تتطلب أكثر من تمثيل ك:

" مثال: كل فرد يعمل قبل إنهائه المرحلة المدرسية يكسب 6$ على الساعة إذا عمل 15 ساعة، وإذا عمل أكثر من 15 ساعة يكسب على الساعة أكثر بمرة ونصف مما يكسبه عند العمل 15 ساعة. كم ساعة يجب أن يعمل شخص لم ينهي المرحلة المدرسية حتى يكسب 35$ خلال أسبوع واحد فقط؟" (Cikla,2004).

لحل هذه المسألة على المتعلم ترجمة الكلمات المكتوبة لجمل جبرية، ثم من جمل جبرية إلى حسابية ثم من حسابية لكلمات مكتوبة. مثل هذه التمارين التي تتطلب أكثر من تمثيل والقدرة على التنقل بينها يتطور تفكير المتعلم وتتعمق المفاهيم أو الأفكار الرياضية في البنى المعرفية لديه، فالقدرة على التنقل بين التمثيلات تساعد على النجاح في حل المشكلات وبنسبة أقل للذين يستخدمون تمثيل واحد، فالمتعلم القادر على القيام بعدة تمثيلات مختلفة هو يمتلك معرفة أكثر مرونة وعمق (Cikla, 2004؛ Gagatsis & Shiakalli, 2004؛ Ainsworth, Bibby & Wood, 2002؛ Wessels, Wessels & Nieuwoudt, 2006).

اجمعت بعض الدراسات على ايجابية التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات وزيادة التحصيل الدراسي كدراسة "اينسورث" و"بيبي" و"وود" (Ainsworthm, Bibby & Wood, 2002). بينما أوضحت دراسة "جيتندري" و"نيلسون" و"بولسم" و"كيس" (Jitendre,

(Nelson, Pullesm, Kiss & Houseworth, 2016) التي هدفت لمراجعة الدراسات التي تمحورت حول التمثيلات المتعددة أن معظم الدراسات كانت تطرح أمثلة على التمثيلات الصورية والمحسوسة بشكل كبير، بينما ظهرت التمثيلات الأخرى بشكل ضعيف، وأن للتمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات فعالية في تعليم حل المشكلات وتطور التصور الذهني لديهم (Jitendre, Nelson, Pullesm, Kiss & Houseworth, 2016؛ Ayub, Ghazali & Othman, 2013؛ Akkus & Cakiroglu, 2009).

وللتمثيلات المتعددة أثر ايجابي في تعليم التحويلات الهندسية على وجه الخصوص، فالتحويلات الهندسية من المواضيع المهمة بحسب معايير الرياضيات العالمية، فهي تطور الإدراك وتطور المعارف فيما يتعلق ببناء الأشكال الهندسية وخصائصها والتماثل، والمعادلات الديكارتية والرسوم البيانية والتشابه والتطابق، وتعد نقطة انطلاق لمفاهيم رياضية أخرى كالمصفوفات. لذلك يحتاج المتعلم لاكتساب مهارات التحويلات الهندسية بشكل جيد (Mashingaidze, 2012؛ Gulkilik, Ugurlu & Yuruk, 2015).

كما تلعب التمثيلات المتعددة دوراً مهماً في تعليم التحويلات الهندسية حيث أنها تطور الفهم غير الرسمي للمفاهيم المرتبطة بالتحويلات الهندسية، من خلال تعرضهم لتمثيلات حسية وصورية بشكل أساسي ويعرض الشكل (1.2) بعض هذه التمثيلات. حيث كان يطلب من المتعلمين رسم تحويلات هندسية مختلفة مثل الدوران ثم يتناقشون حول الصورة، مثل هل تختلف الصورة عن الأصل، هل تختلف بالمساحة؟ هل تغير اتجاهها بعد التحويل؟

لمعرفة استراتيجيات التفكير التي يتبعها المتعلم وكيف يفسر هذه الآليات أو الإجراءات التي يتبعها (Gulkilik, Ugurlu & Yuruk, 2015).

الشكل (1.2)

عينة من التمثيلات الصورية والحسية خلال تعلم بعض مفاهيم التحويلات الهندسية

كما ويمكن الانتقال من تمثيل إلى التمثيل نفسه، فمثلاً التعبير عن التمثيل الرمزي 100/30 بتمثيل رمزي آخر ك 0.3 فكلاهما تمثيلاً رمزياً (Clement, 2004). فعلينا تعليم آلية التنقل بين التمثيلات المختلفة وداخل التمثيل نفسه وتوضيح التكافئ بين هذه التمثيلات (Lesh, Landau & Hamilton, 1983).

أما فيما يتعلق بالمتعلمين وقدرتهم على القيام بالتمثيلات المتعددة فقد أوضحت بعض الدراسات أن لدى المعلمين قبل الخدمة معرفة جيدة في التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات والقدرة على التنقل بينها. ولكن كانوا يواجهون صعوبة في التنقل من التمثيل اللفظي إلى تمثيلات أخرى. بينما يمتلكون القدرة الأكبر في التنقل بين التمثيلات الصورية والجبرية. واعتمد الباحثون على الاختبارات الكتابية للكشف عن قدرات المعلمين في التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات (Bal, 2015).

ومن النماذج الأخرى لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات هو استخدام استراتيجيات التعلم القائم على المشاريع، وهو نموذج تعلم ينظم مشاريع قائمة على مهام معقدة تتطلب حل مشكلات من خلال البحث والتخطيط والتوجه للمكتبات والإنترنت والعلوم المختلفة من فنون ونصوص وأدب وغيرها، واستخدام التكنولوجيا بشكل مثمر. ويهدف هذا التعلم إلى التعلم التعاوني وتطوير التفكير وتطوير المهارات الفوق ذهنية بحيث يكون المتعلم قادر على التفكير في تفكيره. وتوظيف المهارات المختلفة التي يمتلكها المتعلمين، ويسعى لجعل التعلم يخرج خارج نطاق المدرسة وهذا ما يوظف التمثيلات الحياتية بكافة نواحيها، من أبحاث، وتطبيقات، وصناعات ومواقف يومية. وغالبا ما تبنى هذه المشاريع بما يتناسب مع اهتمامات المتعلمين، وتتصف بالتكامل بين العلوم المختلفة التي يتعلمها الطالب، ويكون دور المعلم هو التوجيه وتقديم المشورة (Thomas, 2000؛ Solomon, 2003؛ Poh, 2003؛ Bell, 2010؛ Stillman, Galbraith, 1998).

في هذا السياق أوضحت بعض الدراسات أن للتعلم القائم على المشاريع مفيد وفعال ويعزز الكفاءات المهنية، وينشئ جيلاً متعلماً قادراً على مواكبة التطورات الحياتية، فالتعلم هو الإعداد للحياة (Thomas, 2000؛ Bell, 2010). وهذا كله يتطلب وقتاً وجهداً لتطبيقه وليس كسل من قبل المتعلم، ويتطلب زرع هذه الثقافة في البيئات التعليمية بكافة عناصرها، وإعداد المعلمين لهذه الأدوار والمدراء والمشرفين وغيرهم. فتغيير الممارسات الصفية، وتطوير المناهج بما يتلاءم مع هذه الاستراتيجيات التعليمية وخبرات المعلمين واهتمامات المتعلمين ومراحلهم العمرية ضروري ولكنه غير كافٍ لتغيير فلا بد تطبيقها

بشكل جيد لتعكس نتائج ايجابية(Solomon, 2003؛ Poh, 2003؛ Cai, Moyer, Wang & Nie, 2009؛ Yee, 2010؛ Chard, Baker, Clarke, Jungiohannm, Davis & Smolkowsk, 2008؛ Remillard & Bryens, 2004).

في سياق متصل أكثر بينت نتائج بعض الدراسات كدراسة "موير" و"وانغ" و"نيه" (Moyer, Wang & Nie, 2009) أن هناك فجوة بين ما تعرضه المناهج التعليمية وبين آلية تنفيذها، فهناك بعض المهام التي يعرضها الكتاب تطلب أكثر من طريقة لحل المسألة الرياضية، بينما يكتفي المعلم بحل واحد وغالباً ما يكون الحل الذي يستخدم التمثيلات الرمزية المجردة. فلا بد من توفير مواقع تعليمية وتعلمية للمعلمين لتطوير أنفسهم، وتعليمهم كيفية البحث والتنقيب عن أدوات التعليم والتعلم الحديثة في تعليم الهندسة التحويلية (Moyer, Wang & Nie, 2009؛ Man & Leung, 2005).

3:2 التمثيلات الحسية والتحويلات الهندسية

اهتم برونر بالناحية الحيوية في التعلم وكيفية تمثيل المعرفة، وفالتعلم بالنسبة له هو عملية نشطة تتضمن معالجة المعلومات. فالمتعلم يكتسب المفاهيم والعناصر المعرفية الأخرى من خلال ممارساته، فهو يجدّد مفاهيمه أو يطورها أو يزيدها عمقاً من خلال التعلم بالممارسة والاكتشاف من البيئة المحيطة به (Bruner,1966).

تعد التمثيلات الحسية الخبرة الأساسية والنهج الأول لتعلم عند الإنسان منذ سنوات عمره الأولى، فهو يتعرف على الأشياء من خلال لمسها ورؤيتها ثم تجريدها إلى كلمات تعبر

عنها، وهذا بعد أن يملك صورة ذهنية لديه تعبر عن هذه الأشياء، كأن نقول لطفل هل تريد تفاحة؟ فهو يمتلك صورة ذهنية عن شكل التفاحة وما لم يتعرض لخبرة حسية وصورية لم يكن ليمتلك هذه الصورة الذهنية. وكذلك التحويل الهندسي حيث يحتاج المتعلم أن يكتسب مهارة حسية قبل أن يتمكن من إجراء التحويل الهندسي بشكل مجرد.

ففي مرحلة التمثيل الحسي (Enactive) عند برونر يبدأ التعلم من خلال العمل، فهو تعلم قائم على مهارات حركية، حيث يمارس المتعلم النشاط بنفسه. وتكون هذه المرحلة خالية من الرموز والكلمات والصور الذهنية، فالمتعلم يتعلم من خلال حواسه (Bruner,1966;1973; Bruner,1965، العسكري، الشمري، والعبيدي، 2012). كما يرى برونر بضرورة توظيف التمثيل الحسي بشكل جيد، كاستخدام قطع دينز بالجمع مثلاً، لا بد من ترك مساحة للمتعلم من اللعب الحر بهذه المحسوسات وجعله يستكشف كيف يمكن الاستفادة منها، وعدم البدء بالتعليمات وتوجيهات استخدامها بشكل مدروس، بالرغم من أنه قد يكون لها بعض العقبات لكنها تشكل أمر مهم في التعلم من خلال المحسوسات. والتمثيلات الحسية تطور مهارات التفكير والتفكير الناقد لأنها تدل على العالم الحقيقي وتجعل المتعلم قادر على حل المشكلات (Lesh, Post & Behr, 1987؛ Wesselsm Wessels & Nieuwoudt, 2006؛ Bell, 2010؛ Lombardi, 2007).

والتمثيلات الحسية قد تشمل تمثيلات مجردة في طياتها في بعض الأحيان، مثل العداد الذي يتم تعليم الجمع عليه أو غيره من المفاهيم الرياضية فهو تمثيل رمزي محسوس، بمعنى أنه يمثل شيء رمزياً كعدد أو عملية حسابية مجردة المعنى. أو قد تكون تمثيلات حسية

يغلب عليها الطابع الصوري كالبيئات الافتراضية، فتوفر البيئات الافتراضية بعض التمثيلات المحسوسة التي يمكن مشاهدتها كفيديوهات في بعض الحالات التي لا يمكن توفير هذه الأدوات. ولكن لا بد من أن يقوم المتعلم بالنشاط المحسوس بنفسه، وإعطائه فرصة للممارسة ليتحقق الهدف من النشاط التعليمي، فالتعلم عن طريق العمل تعد من أنجح وسائل التعلم وتزيد من تحصيل المتعلمين(Lesh, Post & Behr, 1987؛ Ayub, Ghazali & Othman, 2013؛ Pape & Tchoshanor, 2001؛ Lombardi, 2007؛ Gulkilik, Ugurlu & Yuruk, 2015).

وقد اتفقت نتائج بعض الدراسات كدراسة "كوبي" (Cope, 2015) مع برونر، فأوضحت أهمية التمثيلات الحسية حيث أن هناك عدد من الدراسات التي هدفت إلى استكشاف قدرات المتعلمين على التصور الذهني، والتي بينت عدم امتلاك الطلبة لتصورات الذهنية والقدرات المكانية، ويعزو الباحثون ذلك لعدم تعرض المتعلمون للخبرات الحسية الكافية حول ذلك. حيث أن استخدام التمثيلات الحسية في تعليم التحويلات الهندسة تكسب المتعلمون مهارات التحويل الهندسي، والذي بدوره يساعد على فهم المفاهيم بشكل أعمق والقدرة على القيام بالإجراءات بمرونة أكثر وتفسيرها بشكل منطقي والتي تنعكس بالضرورة بشكل ايجابي على تحصيلهم الدراسي. كما ولها أثر على تعلم الكلمات التعبيرية التي تعبر عن المفهوم والقدرة على حل المشكلات. وأوضحت هذه الدراسات كدراسة "كيدير" (Kidder, 1976) أنه في حال كان للتوظيف التمثيلات الحسية في التعلم وتعليم التحويلات الهندسية على وجه الخصوص أثر سلبي على التعلم وتحصيل الدراسي فهو يعود

لعدم توظيفها كما يجب (Kidder, 1976؛ Bansilal & Naidoo, 2012؛ Jitendra & others, 2016؛ Cope, 2015).

يبدو أن المتعلم الذي يتعلم المفهوم الرياضي بعدة طرق، بمعنى يتعلم المفهوم من خلال تمثيلات مختلفة له يكوّن تصوراً وفهماً أعمق للمفهوم، ويكون أكثر إدراكاً للمفهوم، وقادراً على التعامل معه بمرونة وتوظيفه في سياقات مناسبة. وعدم امتلاكه لهذه المهارات تقلل من الفهم وبالتالي القيام بالإجراء كخوارزمية دون فهم لهذا الإجراء أو مسبباته. وعدم امتلاكه لفهم عميق للمفاهيم الرياضية ومفاهيم التحويلات الهندسية بشكل خاص ينعكس بالضرورة على قدرته على تفسير إجراءاته التي يقوم بها عند إجراء تحويل هندسي لشكل هندسي، فعدم فهمه وإدراكه للمفهوم الرياضي أو الهندسي يجعله غير قادر على توظيف هذا المفهوم في تفسير الإجراء الذي يتبع هذا المفهوم (Knuchel, 2004؛ Yanik, 2011، Thaqi, Gimenez & Aljimi, 2015؛ Lesh & Lehrerm 2003).

كما وتولي الدراسات أهمية كبيرة للتمثيلات الحسية لما لها من دور في معالجة المفاهيم البديلة لدى المتعلمين أو تقليلها فيما يتعلق بالتحويلات الهندسية. فكون المتعلم لا يمتلك صورة ذهنية بسبب عدم تعرضه لخبرات حسية أو تمثيلات مختلفة ينتج عن ذلك تصور خاطئ، بمعنى أن المتعلم يحاول تفسير الإجراءات التي يقوم بها أو ربطها بمفهوم خاطئ لديه لأنه يفسرها بناء على مرجعية غير صحيحة، مما يخلق لديه تشوه في المفهوم أو مفهوم عديم المعنى، وبالتالي يتشكل لديه مفاهيم خاطئة. كون قلة التمثيلات الحسية قد يزيد من إمكانية تشكل المفاهيم البديلة لدى المتعلمين (Ozerem, 2012؛ Clement, 2004).

توصلت الكثير من الدراسات كدراسة "سيد" (سيد، 1984) و "عزب" (عزب، 2000) إلى أن التمثيلات الحسية للتحويلات الهندسية بالطيَّ مثلاً أو القص وغيرها من التمثيلات الحسية تؤثر بشكل إيجابي على تعلم التحويلات الهندسية وتزيد من خبرات المتعلمين. حيث عمل بعض الباحثين على تطوير وحدة التحويل الهندسي باستخدام تمثيلات حسية كطي الورق و استخدام الأسلاك وتحريك الأشكال بتثبيتها حول محور معين، بالإضافة إلى تمثيلات حياتية حول التحويلات الهندسية وأظهرت النتائج الأثر الإيجابي لذلك على دافعية الطلبة لتعلم، واكتسابهم لمهارات التحويل الهندسي (سيد، 1984؛ عزب، 2000)، وهذا ما لم يشمله المنهاج الفلسطيني من تمثيلات حسية في تعليم التحويلات الهندسية والذي ينعكس على تعلم المتعلمين لمفاهيم التحويلات الهندسية والذي ينعكس بالضرورة على تحصيلهم الدراسي بشكل سلبي.

تجدد الإشارة إلى أن معظم الدراسات التي تطرقت للتمثيلات الحسية افتقرت لتنوع في التمثيلات، وكذلك بالنسبة لعددها. حيث اقتصرت على عرض بعض التمثيلات كطي الورق مثلا، وتوصي باستخدام مثل هذه التمثيلات لما لها من دور في تنمية التصورات الذهنية، والتي يعد لها الدور الرئيسي في قدرة المتعلمين على إجراء التحويل الهندسي، دون أثراء المحتوى بتمثيلات حسية متنوعة ومتعددة.

كما انتهجت أغلب الدراسات التي بحثت في تعلم وتعليم التحويلات الهندسية المنهج الكيفي غالباً في التوصل للهدف الدراسة والإجابة عن أسئلتها، بمعنى أنها تجري مقابلات مع المتعلمين بحيث تكلفهم بإجراء تحويل هندسي محدد للشكل معين من خلال القيام

بالإجراءات المجردة ، مع إعطاء تفسير لكل خطوة أو إجراء يقوم به المتعلم أثناء الحل. ثم عملوا على تحليل هذه المقابلات من خلال إيجاد أنماط معينة وعلاقات بين الإجراءات التي ينتهجها الطلبة وتفسيرهم لها. أو من خلال اختبار يقيس القدرات المكانية بمعنى القدرة على تصور التحويل الهندسي دون إجراءه ، فيعطى عدة أشكال بعد إجراء تحويل هندسي للشكل الهندسي المراد إجراء تحويل هندسي محدد له وعلى المتعلم اختيار الشكل الصحيح بعد إجراء التحويل كما في دراسة كيدر (Kidder, 1976) أو دراسة نيدو وبنسيلل (Bansilal & Naidoo, 2012). ولم يكن هناك الكثير من الدراسات التي تربط بين المنهج الكمي والكيفي في دراسة مواضيع التحويلات الهندسية.

4:2 التمثيلات الصورية والتحويلات الهندسية

إن التحويل الهندسي كثيراً ما يرتبط بالتمثيل الهندسي، بمعنى أن أول ما يتبادر إلى الذهن عن ذكر التحويل الهندسي هو أشكال هندسية، مستوى ديكارتي يحوي عدة رسومات لأشكال هندسية. فالتحويلات الهندسية تعتمد بشكل كبير على عمل الرسومات والأشكال الهندسية سواء في المستوى الديكارتي أو غيره، فإن التحويلات الهندسية مرتبطة بالتمثيلات الصورية بشكل كبير سواء كانت رسومات أو صور مادية أو برمجية (Arcavi, 2003).

بهذا الضوء يرى برونر بأن مرحلة التمثيل الأيقوني (Iconic) هي مرحلة التعلم التي تحل فيها الصورة مكان التمثيلات والعمل، حيث يتمكن المتعلم من فهم المعلومات دون تمثيلها حسياً. ويمكنه التعلم من خلال الصور والرسومات كبديل للخبرات المباشرة والعمل

والحركة (Bruner,1965 ;Bruner,1966;1973، العسكري، الشمري، والعبيدي، 2012).

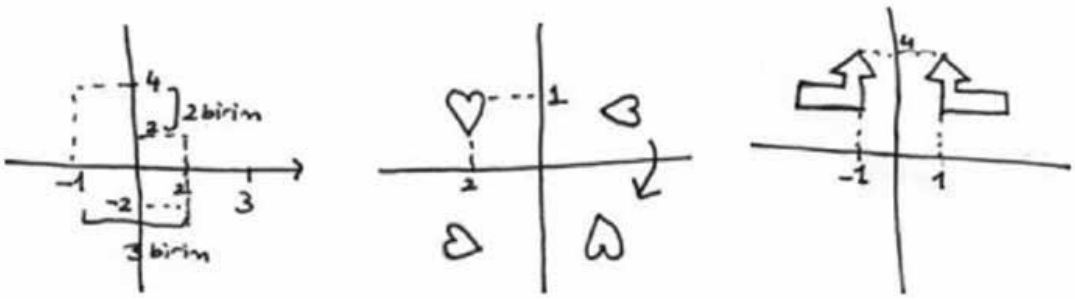
وقد أولت الدراسات أهمية كبيرة لاستخدام البرامج الحاسوبية في تدريس التحويلات الهندسية ك "مالوني" و"بانوركون" (Maloney & Panorkon, 2015)، كونها توفر التمثيلات الصورية للمتعلمين حول إجراء التحويلات الهندسية بمختلف أنواعها، فهي توضح للمتعلم الشكل الهندسي الأساسي وما يحدث له بعد إجراء التحويل الهندسي، سواء كان دوران أو تمدد أو انسحاب أو انعكاس. وهي تترك مساحة لتفكير وتفسير الإجراءات التي يقوم بها البرنامج لإجراء التحويل الهندسي، والتي بدورها تكسب المتعلمين فهما أعمق وتساعد في تشكل المفاهيم لديهم. وتمكنهم من تطوير الصور الذهنية لديهم حول إجراء التحويلات الهندسية. فعند ذكر المعلم مثلاً لتحويل الدوران يكون لدى المتعلم تخيل لطبيعة الشكل الذي سيتنج عن هذا الدوران من خلال خبراته الحسية فالصورية، والتي ينميها الحاسوب بشكل كبير (Maloney & Panorkon, 2015؛ Xistouri & Pitta-pantuzi, 2010؛ Moinet & Serre, 2014؛ Ardahan & Yazlik, 2012؛ Wu, Krajcik & Solowaym 2000).

كما أكدت الدراسات على أهمية التمثيل الصوري ودوره في تشكيل التصورات الذهنية وتطوير القدرات المكانية التي تعكس فهم المفهوم الهندسي (Knuchel, 2004؛ Bulf, 2010؛ Wagner, Craig & Morgan, 2014؛ Patsiomitou, 2008). فعلى سبيل المثال لا الحصر في دراسة "منولا" و"بانوركون" (Maloney & Panorkon, 2015)

استخدم الباحثان برنامج Graphs n Glyphs (برنامج يرسم أشكال هندسية مختلفة على المستوى الديكارتي، ويجري تحويلات هندسية مختلفة كما يحددها المستخدم) في تعليم التحويلات الهندسية، والذي أظهر أثراً ايجابياً على تعلم التحويلات الهندسية، واكتساب المتعلمين للخبرات الصورية، مما أدى إلى فهم أعمق وتطور المفاهيم لديهم فيما يتعلق بالتحويلات الهندسية، وتطور قدراتهم المكانية وتصوراتهم الذهنية (Smith, Olkun, Gervetson, Erdem & Johnson, 2007).

يستخدم المنهاج الهندسي العديد من التقنيات التكنولوجية من أجل تعلم أفضل للمفاهيم الهندسية، مثل استخدام الآلات الحاسبة التي توفر رسوم بيانية، وبعض البرامج الحاسوبية كبرنامج اللوغو (Logo)، الجيوجبرا (Geogebra)، السكتش باد(Sketchpad)، والألعاب التعليمية وبرامج الهندسة الحيوية وغيرها العديد من البرامج الحاسوبية التي توفر تطبيقات مختلفة على العديد من المفاهيم الهندسية كرسم الأشكال الهندسية واكتشاف خصائصها ومكوناتها، وكذلك إجراء تحويلات هندسية مختلفة لها، وغيرها العديد من التطبيقات (Karakirik & Durmus, 2005; Paul, 1986; Kynigos, 1993; Pantazi & Christou, 2009; Yildirim & Tepe, 2014; Leung & Lee, 2013؛ Lesh, Landau & Hamilton, 1983). والطلب من الطلبة رسم الأشكال ثم النقاش حولها كمساحتها، خصائصها كما يوضح الشكل (2.2) بعض التحويلات الهندسية التي رسمها أحد الطلبة وتفسيره لآلية التحويل من خلال بعض خصائص الانعكاس مثلا في الشكل الأول وأن البعد بين الشكل ومحور الانعكاس يساوي البعد بين الصورة ومحور الانعكاس

لهذا كانت صورة السهم بعد الانعكاس بهذا الشكل (David & Tomaz, 2012؛ Gulkilikm, Ugurlu & Yuruk, 2015).



الشكل (2.2)

عينة من التمثيلات الصورية خلال تعلم بعض مفاهيم التحويلات الهندسية

أوضحت الكثير من الدراسات أنه يتم توظيف التكنولوجيا في تعليم الأشكال الهندسية للأطفال من عمر ثلاثة سنوات فما دون من خلال فكرة التطابق في بعض الألعاب التطبيقية بوضع الشكل على "شبيهه" أو من خلال لعبة "Puzzles" من خلال استخدام أشكال هندسية وترتيبها بطريقة مناسبة في صورة محددة بحيث تغطي الصورة بشكل كامل (Clements, 2002; Leung & Lee, 2013).

ولكون تعليم الهندسة يركز على تعلم المفاهيم، والرموز البسيطة والعلاقات وتفسيرها والبراهين الهندسية وغيرها من التطبيقات، فإن البرامج الحاسوبية تثري هذا الجانب. فمثلاً برنامج اللوغو المشهور في سلحفاته التي تعمل على رسم أشكال هندسية مختلفة بتوجيه من المستخدم، والتي يمكنها السير بخط مستقيم بمسافة محددة ويمكنها تغير اتجاهها بزاوية

محددة، بحيث يمكن رسم أي شكل هندسي من خلالها. وهذا البرنامج يغني تفكير المتعلم بالمعارف الهندسية فمثلاً إذا أراد المتعلم رسم مثلث متساوي الساقين يجب أن يكون على معرفة بخصائصه. وهنا ندمج بين المعارف المجردة (التعليم التقليدي) وبين المعارف التطبيقية (البرامج الحاسوبية) وبذلك يطبق المتعلم على المعارف التي يمتلكها، ففي حال كانت صحيحة يثري البرنامج الحاسوبي تصوره الذهني للأشكال وتصوراته المكانية، وفي حال كان يملك معارف خاطئة أو بديلة توفر له صراع ذهنيا يمكنه التفكير من خلاله لتوصل لحل، وتطور قدرته على حل المشكلات (Karakirik & Durmus, 2005; Wong, Yinm, Yang & Cheng, 2011؛Leung & Lee, 2013). وأوضحت الدراسات على ضرورة أثراء المفاهيم بأوراق عمل ذات مستويات مختلفة تنمي لديهم القدرة على التخيل وتطبيقها من خلال البرامج المتوفرة (Kynigos, 1993; Edwards, 1991؛ Ernest 1986).

أما بخصوص أثر توظيف البرامج الحاسوبية في تعليم الهندسة فهناك العديد من الدراسات التي انتهجت المنهج التجريبي أو شبه التجريبي لاستكشاف أثر توظيف البرامج الحاسوبية في تعليم الهندسة، وأوضحت معظم الدراسات نجاح الاستراتيجية لصالح المجموعة التجريبية. بينما أوضح البعض كدراسة كراكوس و بيكير (Karakus & Peker, 2015) عدم وجود أثر لاستخدام البرامج الحاسوبية وعزا ذلك لعدم توظيف البرامج بصورة جيدة، أو لكوننا نهمل الجانب النظري عند توظيف البرامج الحاسوبية الذي يعرضه التعلم التقليدي بشكل صريح وهذا يؤثر على التحصيل ربما، لذلك لا بد من الدمج بين

الاستراتجيتين بشكل متكامل وعدم الفصل بينها، بمعنى جعلهما جزء واحد متكامل، ودمج الأنشطة اليدوية مع البرامج الحاسوبية. وهذا ما يوضحه فان هيل في كون المعرفة المجردة تبنى بالضرورة على المعرفة الحدسية والحسية (Karakus & Peker, 2015 ;Karakirik & Durmus, 2005). فما لم يتعرض المتعلم لمعرفة حسية وبصرية لا يمكنه من الوصول لمراحل متقدمة في التفكير كالتفكير الاستقرائي والاستنتاجي (جبر،2007؛ Eu, 2017; Kynigos, 1993).

ولا بد من الإشارة إلى أهمية السياق التعليمي في جعل استراتيجية البرامج الحاسوبية ذات أثر ايجابي على تعلم الهندسة من خلال تعزيز الحوار بين المعلم والمتعلم وتبادل الأسئلة والحوار والنقاش والذي بدوره ينمي التفكير الهندسي لدى المتعلمين (Ruthven, Hennessy & Deaney, 2007; Bretscher, 2009). فمثلاً يمكن التعلم من خلال الورقة والقلم دون توظيف التكنولوجيا ويكون التعلم فعال وذو معنى. ولكن علينا توظيف التكنولوجيا بشكل أكثر كفاءة ويسهل الوقت والجهد على المعلم ويعزز دور المتعلم في العملية التعليمية وفطرته في الاستكشاف (المرجع السابق؛ Yildirim, Tepe & Ilic, 2014).

ولا يقتصر توظيف البرامج الحاسوبية على آثار ايجابية على التحصيل كونها تزيد من معارف الطلبة وقدراتهم على حل المشكلات وحل الاختبارات ضمن مستويات مختلفة فبالتالي تزيد من تحصيلهم، ولكنها تؤثر في جوانب أخرى، كالدافعية، واتجاهات المتعلمين نحو تعلم المواضيع الهندسية على وجه الخصوص، وتنمي الاستقلالية لديهم، والانخراط

النشط، والعمل ضمن مجموعات وتبادل الخبرات، والذي له أثر كبير على التعلم الفعال كما أوضحه فيجوتسكي(Pantazi & Christou, 2009). فالبرامج الحاسوبية أكثر دقة على توضيح المفاهيم الهندسية فهي بذلك تعطي المفهوم بشكل أدق وتعكس تصور دقيق لدى المتعلم للشكل أكثر مما تعكسه الرسومات، حيث توفر البرامج الحاسوبية ميزة التحريك للأشكال وتوضيح مفهوم التطابق على سبيل المثال، وتحريك الشكل وملاحظة خصائصه (Karakirik & Durmus, 2005; Roschelle, Pea, Hoadley, Gordin & Means, 2000; Ernest, 1986). كما وتعزز البرامج الحاسوبية التفكير في أكثر من جانب، بمعنى النظر إلى العلاقات بين أجزاء الشكل مثل العلاقة بين أضلاعه كأن تكون متساوية أو العلاقة بين الزوايا والأضلاع (Pantazi & Christou, 2009).

وأوضحت الدراسات أيضاً أن لتوظيف البرامج الحاسوبية في تعليم الهندسة ايجابيات على الصعيد التفكير الهندسي فهي تنمي التفكير الاستقرائي، والقدرة على التصور الذهني، وتنمية القدرات المكانية لدى المتعلمين، كما وأنها تعطي فرصة للمتعلم لتعلم من خلال التجربة والخطأ، وحل المشكلات، وتشكل صراع ذهني في حال كان لديه مفاهيم خاطئ أو بديلة، ففي هذه الحلة يحدث تعارض بين أفكار المتعلم وما يعرضه التطبيق من صور وتوضيحات ويحثّ المتعلم على اكتشاف المشكلة وتصحيح المعارف الذهنية لديه (Karakirik & Durmus, 2005; Kynigos, 1993؛ Sedig & Liang, 2006). ومن ايجابيات البرامج الحاسوبية أنها تسعى لبناء جيل قادر على الدخول لسوق العمل لديه المهارات التطبيقية والعملية والحياتية القادر من خلالها على التطوير والبناء. فأصبح القلم

والورقة غير كاف لزيادة المعارف وتوظيفها بالرغم من أهميته في عدة جوانب (Roschelle & others, 2000).

كما يشكل توظيف البرامج الحاسوبية في تعليم الهندسة جانب داعم ومعاون للمعلم كونه يقلل من الوقت والجهد والكاهل الملقى عليه، ولكن في كونه يشكل كاهلاً على المعلم فهو لا يوظفه بطريقة جيدة، بحيث يعزز دور المتعلم في التعلم بذاته وبإرشاد المعلم (Kumar & Kumaresan, N.D).

ولكن لكل تغيير تحديات تواجهه، وكذلك بالنسبة لتوظيف البرامج الحاسوبية سواء على صعيد المتعلمين، أو المعلمين، أو المناهج، أو غيرها. فأوضحت الدراسات العديد من هذه التحديات لتعليم الهندسة من خلال توظيف البرامج الحاسوبية ومنها صعوبة الاعتماد على البرامج الحاسوبية بشكل مطلق فلا بد من وجود معارف مجردة في الهندسة. أضف إلى ذلك الصعوبة التي يواجهها المتعلمون في الانتقال من التعلم بالشكل النظري إلى التطبيقي ، أو من صوري إلى رمزي أو العكس أو محاولة الربط بينهما (Edwards, 1991؛ Karakirik & Durmus, 2005). بالإضافة إلى المشاكل في الأخطاء البرمجية التي لا يستطيع المتعلمون التعامل معها كالمشاكل البرمجية في لغات البرمجة بضرورة وضع فاصلة أو فراغ من أجل إعطاء نتيجة صائبة (المرجع السابق؛ Ainsworth, Bibby & Wood, 1997).

أما التحديات المتعلقة بالمناهج فهي كون المناهج تعرض المادة الهندسية بشكل مجرد قائمة على مبدأ الممارسة والمران مع بعض الصور التوضيحية المجردة. فلا بد من تطوير

المناهج بما يتلاءم مع استراتيجيات التعلم الحديث بحيث يتم تطوير الأنشطة والتمارين بحيث تشمل الجانب التطبيقي العملي لتزيد من عمق التعلم وجعله تعلم ذو معنى (Roschelle & others, 2000; Kynigos, 1993؛ Karakirik & Durmus, 2005؛ Ruthven, Hennessy & Deaney, 2007).

أضف إلى ذلك التحديات التي تواجه المعلمين في ضعف قدرات بعضهم في البرامج الحاسوبية لتعليم الهندسة وضعف قدرتهم على توظيفها بشكل فعال أو توظيفها في العملية التعليمية، لذلك لا بد من إعطاء برامج تدريبية للمعلمين وتطوير مهاراتهم الحاسوبية قبل وخلال الخدمة (Roschelle & others, 2000؛ Yildirim, Tepe & Ilic, 2014؛ Kesan, 2013؛ Kumar & Kumaresan, N.D؛ Karakoc & Alacacr, 2015). ففي ظل عصر السرعة والتغيير الذي نعيش فيه لا بد من مواكبة التغيير نحو الأفضل (Roschelle & others, 2000).

كما أشارت الدراسات أن السياق والبيئة المحيطة بالبيئة التعليمية تشكل تحدياً آخراً لتوظيف البرامج الحاسوبية فالبرامج تحتاج لبيئة مناسبة وسياق مناسب لتوظيفها لتثمر، فيجب بناء التمارين والأنشطة بما يتلاءم مع اهتمامات وميول المتعلمين ويحقق أهداف المنهج التعليمي. فمثلاً بعض المتعلمين يحبون الرسم فيحبذون برنامج اللوغو في تعلم الهندسة ولكن آخرون لا يفضلون هذا فلا بد من توفير بديل (Edwards, 1991؛ Bretscher,2009; Vale & Leder, 2004).

وتوصي الدراسات باستخدام هذه الاستراتيجيات في التعليم، وأخذ وجهات نظر من يطبق هذه الاستراتيجيات بشكل مباشر مع الطلبة "المعلمين" فهناك فرق بين نظرة من يضع الاستراتيجية ومن يطبقها، فمن يطبقها يتعمق فيها ويراها من عدة جوانب مختلفة (Ruthven, Hennessy & Deaney, 2007).

وفي هذا السياق توصي الدراسات كدراسة "بانسيلال" و "نيدو" (Bansilal & Naidoo, 2012) بأهمية تطوير المناهج بحيث تضم البرامج الحاسوبية كاستراتيجية تعلم فعالة، لما لها من أثر إيجابي على تعلم المواضيع الهندسية والتحويلات الهندسية على وجه الخصوص.

وقد انصبت جهود الباحثين حول تطوير استراتيجيات وتمثيلات متعددة لتعليم التحويلات الهندسية، والاعتماد على البرامج الحاسوبية بشكل كبير، كونها تطرح تمثيلات متعددة كالفيديوهات المتحركة التي تمثل التمثيلات الحسية والصورية والحياتية والمجردة. ويمكن القول بشكل عام أن للبرامج الحاسوبية أثر ايجابي على تعليم الهندسة، وهناك العديد من التطبيقات المختلفة في هذا الجانب الذي يمكن توظيفها بشكل فعال. ولكن الدراسات اقتصرت على توظيف البرامج الحاسوبية في تعليم المفاهيم الهندسية المتعلقة بالأشكال الهندسية وإجراء التحويلات الهندسية عليها ولم تتطرق لتطبيقات على المعرفة المجردة في الهندسة كالبراهين واستراتيجيات توظيف البرامج الحاسوبية في تعليمها.

5:2 التمثيلات المجردة (اللفظية، والرمزية) والتحويلات الهندسية

تعد التمثيلات المجردة وتطورها بمثابة الوصول إلى مرحلة التفكير المجرد (مرحلة التمثيل المجرد (Symbolic)) بحسب برونر، ويكون المتعلم في هذه المرحلة وصل إلى مرحلة من النضج العقلي التي تسمح له بفهم البيئة المحيطة وتمثيل الأشياء بشكل مجرد دون الاعتماد على المحسوسات والصور، واكتساب نظام رمزي لتمثيل الأشياء كاللغة مثلاً (Bruner,1966;1973; Bruner,1965، العسكري، الشمري، والعبيدي، 2012).

وقد أوضحت الدراسات المتعلقة بالتحويلات الهندسية والتمثيلات المجردة أن المتعلمين لا يستطيعون التعامل مع التمثيلات المجردة ما لم يتعرضوا لتمثيلات حسية وصورية، فلا يمكن للمتعلم تخيل التحويل الهندسي ما لم يكن لديه صورة ذهنية مبنية على مفهوم واضح لدى المتعلم (Knuchel, 2004؛ Maloney & Panorkon, 2015)، بمعنى أنه لا تتشكل الصورة الذهنية لدى المتعلم حول التحويل الهندسي ما لم يقوم بإجراء التحويل الهندسي حسياً بالطي مثلاً أو استخدام الأسلاك والورق وتمثيل التحويل الهندسي، ثم تعرضه لتمثيل صوري بمعنى صورة أو جدول أو شكل يوضح المفهوم والتي تعطي صورة ذهنية للمفهوم، وربط بين المفهوم وصورته كصورة التفاحة وكلمة تفاحة، فعندما نتحدث عن انعكاس حول محور السينات مثلاً يكون لدى المتعلم صورة ذهنية لهذا المفهوم أي الهيئة التي سيكون عليها عند إجراء الانعكاس. ومع تعرض المتعلم لمثل هذه التمثيلات الصورية يتشكل معنى للمفهوم ولا يبقى مجرداً، وهذا يزيد من قدرة المتعلم على تفسير إجراءه الذي يقوم به عند قيامه بالتحويل الهندسي (المرجع السابق).

كما وأن تطور التمثيلات المجردة والتصورات الذهنية وتشكلها لدى المتعلمين تطور القدرة المكانية لديهم، بحيث يصبح لدى المتعلمين مهارات أكثر مرونة في إجراء التحويلات الهندسية بشكل أكثر سهولة، حيث يمكنه إجراء تحويل هندسي باستخدام استراتيجيات مختلفة. مثل إجراء الدوران 180 درجة مع عقارب الساعة لشكل حول نقطة الأصل هو انعكاس في نقطة الأصل أو تماثل حول نقطة الأصل فيمكن إجراءه بطرق مختلفة، وهنا يصبح المتعلم متمكناً من المفهوم ومتعمقاً به، ويستطيع توظيفه في أكثر من سياق (Kidder, 1976؛ Xistouri & Pitta-pantuzi, 2010). فالقدرة على تمثيل المفهوم برموز أو التعبير عنه بكلمات يرتبط ارتباطاً وثيقاً بفهم هذا المفهوم، فإن لم يكن المتعلم مدركاً له لا يستطيع التحدث عنه أو تمثيله بشكل رمزي صحيح (Gagatsis & Shiakalli, 2004).

في سياق آخر اختلفت الدراسات في مدى أهمية تعرض التلاميذ للخبرات المجردة حول موضوع التحويلات الهندسية، فمنهم من يحاجج بضرورة التعرض لها ضمن مراحل عمرية متوسطة ك "كيدر" (Kidder, 1976)، وأن المعرفة غير الرسمية وحدها لا تكفي، فمن المهم حصول الطالب على مستويات تفكير أعلى والتي تصل إلى مراحل تجريدية (Gulkilikm Ugurlu & Yuruk, 2015؛ Cope 2015)، وهذا رأيي أنا كباحثة أيضاً، كون المعرفة النظرية لا بد منها لإجراء التجربة والخطأ بشكل نظري قبل تطبيقه على أرض الواقع مما يقلل من الجهد والوقت والخطأ، كتصميم البنايات وتحديد القياسات وإجراء الحسابات الهندسية بشكل نظري قبل تنفيذ هذه التصميمات وبناءها على الأرض. بينما رأى

آخرون أنها عملية تجريدية يجب تأجيلها لمراحل دراسية عليا أو عدم التعرض لها إلا لمن أراد الغوص في تخصصات العلمية كالفلك والرياضيات والفيزياء وغيرها، كون الخبرة الصورية والحياتية تكفي لذلك. بينما يرى آخرون أنه لا بد من التعرض للخبرات المجردة ك "ملولو" و"سكافر" (Mhlolo; Schafer, 2013).

6:2 ملخص الأدبيات

انصبت جهود الباحثين حول موضوع التحويلات الهندسية وعلاقتها بالتمثيلات المتعددة باختلافها وتنوعها، وايجابيات توظيفها في تعليم التحويلات الهندسية والتحديات التي تواجه استخدام التمثيلات المتعددة، وآليات توظيفها. فبالنسبة للتحويلات الهندسية وعلاقتها بالتمثيلات الحسية، أشارت الأدبيات التي تمت مراجعتها أن استخدام التمثيلات الحسية في تعليم التحويلات الهندسة تكسب الطلبة مهارات ومفاهيم أساسية في التحويل الهندسي (سيد، 1984؛ عزب، 2000)، والذي بدوره يساعد على اتقان المفاهيم بشكل أعمق والقدرة على القيام بالإجراءات بمرونة أكثر وتفسيرها بشكل منطقي. حيث أن المتعلم الذي يمتلك المهارات الكافية حول مفهوم معين يكون أكثر فهما له، وقادر على القيام بالإجراءات المناسبة، وعدم امتلاكه لهذه المهارات تقلل من الفهم وبالتالي القيام بالإجراء كخوارزمية. وتولي الدراسات أهمية كبيرة للتمثيلات الحسية كون قلة التمثيلات الحسية قد يزيد من إمكانية تشكل المفاهيم البديلة لدى المتعلمين. ومن ناحية أخرى فإن تعلم التحويلات الهندسية بالتمثيلات الحسية كالطي مثلا أو القص وغيرها من التمثيلات الحسية تؤثر إيجابياً على تعلم التحويلات الهندسية وتزيد من خبرات المتعلمين وتقلل من تشكل المفاهيم البديلة.

كما تعتمد التحويلات الهندسية بشكل كبير على عمل الرسومات والأشكال الهندسية سواء في المستوى الديكارتي أو غيره، فإن التحويلات الهندسية مرتبطة بالتمثيلات الصورية، وقد بينت الدراسات أهمية البرامج الحاسوبية في توفير التمثيلات الصورية للمتعلمين حول إجراء التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى كونها تترك مساحة للتفكير وتفسير الإجراءات التي يقوم بها البرنامج لإجراء التحويل الهندسي، والتي بدورها تكسب المتعلمين فهما أعمق وتساعد في تشكل المفاهيم لديهم والتي تتطور لاحقا إلى صور ذهنية. كما وتوضح الدراسات أهمية التمثيل الصوري ودوره في تشكيل التصورات الذهنية وتطوير القدرات المكانية التي تعكس فهم المفهوم الهندسي.

أما بالنسبة للدراسات المتعلقة بالتحويلات الهندسية والتمثيلات المجردة فقد بينت أن التمثيلات المجردة تبني لدى المتعلمين من خلال تعرضهم لتمثيلات حسية وصورية، فلا يمكن للمتعلم تخيل التحويل الهندسي ما لم يكن لديه صورة ذهنية مبنية على مفهوم واضح لدى المتعلم. كما وأن تتطور التمثيلات المجردة وتشكلها لدى المتعلمين تتطور القدرة المكانية لديهم بحيث يصبح لديهم مهارات أكثر مرونة في إجراء التحويلات الهندسية بشكل أكثر سهولة.

وفي ضوء مراجعة الأدب التربوي اتضح أهمية التمثيلات المتعددة في تعليم المفاهيم الرياضية والتحويلات الهندسية على وجه الخصوص، لما لها من أهمية في تعلم ذو معنى وأكثر كفاءة. ولكن الدراسات تفتقر للربط بين التمثيلات المختلفة في البحث ذاته بمعنى الانتقال من تمثيل لفظي مثلاً إلى صوري أو العكس، فقلة من الأبحاث التي تحاول الربط

بين التمثيلات، بينما سيعرض هذا البحث عدة تمثيلات لمفاهيم التحويلات الهندسية والمراوحة بين هذه التمثيلات من أجل المحاولة في خلق تعلم ذو معنى. ولكن الدراسات السابقة التي تمت مراجعتها لم تهتم بالمتعلمين كعنصر أساسي في البحث، ولم تفحص مدى تحقق التعلم الفعال لدى المتعلمين من خلال التمثيلات المختلفة وأثرها بشكل واضح على التحصيل أو الجانب الكمي واكتفت بالجانب الكيفي فقط، بينما تحاول هذه الدراسة الجمع بين المنهجين لرؤية أثر التمثيلات المختلفة على التعلم من عدة جوانب بحيث تكون نظرة تكاملية حول أثرها.

كما أن منهجية الدراسة الحالية تجمع بين تحليل الكتاب المقرر بالاستناد لنظريات حول التمثيلات، وتطويره بالإستناد إلى الإطار النظري ذاته، وهذا لم يظهر في ظل الدراسات السابقة التي تمت مراجعتها، فمنها من انتهجت تحليل المحتوى، ومنها من سعت نحو إثراء المنهاج وتطويره دون تحليله، ويحاول البحث الجمع بين المنهجيتين والاستناد إلى إطار نظري صريح بعكس الدراسات التي تستند إلى نتائج بحثية غالباً. وعلى الصعيد الفلسطيني فمن المأمول أن تثري الدراسة الأبحاث المتعلقة بتحليل المناهج وتطويرها في ظل ندرتها بالرغم من مشروع تطوير المناهج القائم، فهو بدوره سيساعد في توجيه القائمين على تطوير المناهج في معرفة الفجوات في المناهج، وأساليب تطويرها وكفائتها نظرا لأن الوحدة المطورة سيتم تطبيقها.

يتناول الفصل القادم منهجية الدراسة وإجراءاتها ويتضمن منهجية الدراسة، عينة الدراسة، أدوات الدراسة التي تم تصميمها أو تطويرها من أجل تحقيق أهداف الدراسة، وصدقها

وثباتها، وإجراءات الدراسة، استراتيجيات تحليل البيانات، والمعايير الأخلاقية. وقد صمّم بالاستناد إلى الأدب التربوي والإطار النظري للدراسة.

الفصل الثالث: إجراءات ومنهجية الدراسة

1:3 مقدمة

هدفت هذه الدراسة إلى استكشاف أثر تطوير وتعليم وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين في موضوع التحويلات الهندسية، وأثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها. ولتحقيق هذه الأهداف سعت الدراسة للإجابة على السؤال الرئيسي التالي:

ما أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين وتفسيرهم لإجراءات التحويل الهندسي؟

يعرض هذا الفصل منهجية الدراسة، المشاركون في الدراسة، أدوات الدراسة، صدق وثبات الأدوات، إجراءات الدراسة، استراتيجيات تحليل البيانات، والمعايير الأخلاقية.

2:3 منهجية الدراسة

تستند هذه الدراسة إلى المنهج الكمي بتصميم شبه تجريبي والمنهج الكيفي بتصميم وصفي تحليلي، كونها الأنسب لتحقيق هدف الدراسة في استكشاف أثر تطوير وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين وتفسيراتهم لإجراءات التحويل وتبريرها. وقد تم توظيف المنهج الكمي شبه التجريبي، بحيث تم اختيار مجموعة تجريبية تتعلم وحدة التحويلات الهندسية المطورة بناء على نموذج "لش"، ومجموعة ضابطة تتعلم التحويلات الهندسية كما يعرضها

الكتاب المقرر. بعدها تم تعريض المجموعتين لاختبار تحصيلي بعدي تضمن مجموعة من الأسئلة المفتوحة حول التحويلات الهندسية، والتي تتطلب إجراءات متعددة ومتنوعة، وطلب منهم تفسير إجراءاتهم في بعض الأسئلة. بالإضافة إلى إجراء مقابلات مع بعض المتعلمين والاستفسار منهم حول استراتيجيات حلهم لبعض التحويلات الهندسية وتفسيرها وتبريرها.

3:3 مجتمع وعينة الدراسة

تشكل مجتمع الدراسة من طالبات الصف التاسع في مدرسة بنات بيتونيا الأساسية البالغ عددهنَّ 164 طالبة، حيث تم اختيار شعبتين تتألف شعبة المجموعة التجريبية من 40 طالبة، بينما شعبة المجموعة الضابطة من 41 طالبة. وقد تم اختيار العينة بصورة قصدية، بحيث يسهل الوصول إليها لتطبيق البحث، وكونها مزودة بمختبر حاسوب، أما التعيين للمجموعة التجريبية والضابطة فقد تم اختياره بشكل عشوائي.

4:3 أدوات الدراسة

تم تطوير أربع أدوات رئيسية لاستخدامها من أجل تحقيق هدف الدراسة وهي كالآتي:

1:4:3 أداة لتحليل المحتوى: تم الاستعانة بأداة تحليل محتوى من الأدب التربوي ل "رستم" (رستم، 2012) والتي قام بتطويرها بالاعتماد على نموذج "لش" وزملائه، وقد تم بناؤها لتشمل التطور الحاصل على نموذج "لش" وهي المراوحات داخل التمثيل نفسه ويوضح الملحق (1) أداة التحليل بالتفصيل. وتم تحليل وحدة التحويلات الهندسية في كتاب الصف التاسع بناءً عليها نظراً لتوافقها مع الهدف من التحليل وهو رصد التمثيلات الموجودة

في الوحدة وتنوعها والمراوحات بينها، حيث أنها تشمل نوع النشاط وشرحٍ له، وكذلك التمثيلات التي يحتويها النشاط وهل هناك مراوحات بين هذه التمثيلات بمعنى الانتقال من تمثيل إلى آخر داخل نفس النشاط لنفس المفهوم.

ويوضح الجدول (1.3) الآتي نتائج تحليل المحتوى للمفاهيم والأسئلة والتدريبات الصفية والتمارين والمسائل كل على حدى كما يعرضها الكتاب المقرّر. وتم احتساب التكرارات من خلال العدّ، فمثلاً تم حساب تكرار تمثيل الرموز المكتوبة بعدّ المفاهيم التي عرضت على على شكل رموز مكتوبة أو شملت رموز مكتوبة في تعريفها أو توضيحها فبذلك كان التكرار يساوي 8. أما بالنسبة لإيجاد المتوسط الحسابي فقد تم احتسابه من خلال قسمة التكرار لنوع التمثيل على مجموع التكرارات للنشاط، فمثلاً المتوسط الحسابي للرموز المكتوبة للمفاهيم والذي وجد أنه 0.62 يساوي حاصل قسمة 8 (التكرار) على عدد مفاهيم الوحدة 13. حيث أنه المفهوم الواحد عرض من خلال أكثر من تمثيل كما يوضح الجدول أدناه. وتم احتساب التكرارات والمتوسطات الحسابية المعروضة بنفس الطريقة.

الجدول (3 . 1)

التكرارات والمتوسطات الحسابية للتمثيلات الرياضية في الوحدة التي يعرضها الكتاب المقرّر

نوع التمثيل / النشاط	العملية الإحصائية	الرموز المكتوبة (ر)	اللفظي (ل)	المواقف الحياتية (ح)	النماذج والمجسمات (ن)	الصور والأشكال (ص)
المفاهيم	التكرار	8	13	1	2	6
13	المتوسط الحسابي	0.62	1	0.08	0.15	0.46
الأمثلة	التكرار	12	14	1	1	16

16	المتوسط الحسابي	0.75	0.88	0.06	0.06	1
التدريبات الصفية 11	التكرار	9	5	0	0	7
	المتوسط الحسابي	0.82	0.45	0	0	0.64
التمارين والمسائل 31	التكرار	25	21	0	0	14
	المتوسط الحسابي	0.81	0.68	0	0	045

يتضح من الجدول أعلاه أن التمثيلات اللفظية والرمزية ذات نسب مرتفعة في جميع أنواع التمثيلات وتزيد عن 0.5 أي النصف، بينما التمثيلات الأخرى ما بين متوسطة إلى منخفضة ومنخفضة جداً. وهذا يوضح أن موضوع التحويلات الهندسية يعرض بطريقة مجردة بشكل كبير، وقد يكون خالياً من التمثيلات الحسية والصورية والمواقف الحياتية، وهذا يتناقض مع ما توصي به الأدبيات التي أوضحت أهمية استخدام التمثيلات المتعددة في كافة المراحل العمرية لما لها من آثار إيجابية على التعلم (Lesh, Post & Behr,1987؛ Cikla,2004).

أما بالنسبة للمراوحات فقد كانت معظمها منخفضة جداً بحسب معايير رستم (2012) للتمثيلات (أقل من 0.2 منخفض جداً، 0.2-0.4 منخفض، 0.4-0.6 متوسط، 0.6-0.8 مرتفع، وأكثر من 0.8 مرتفع جداً) أي أقل من 0.2 وأغلبها نسبته 0 . وقليل منها

منخفض بين 0.2 إلى 0.4، واقتصرت نسبة المراوحة المتوسطة على المراوحة من التمثيل الرمزي إلى اللفظي حيث بلغت 0.4.

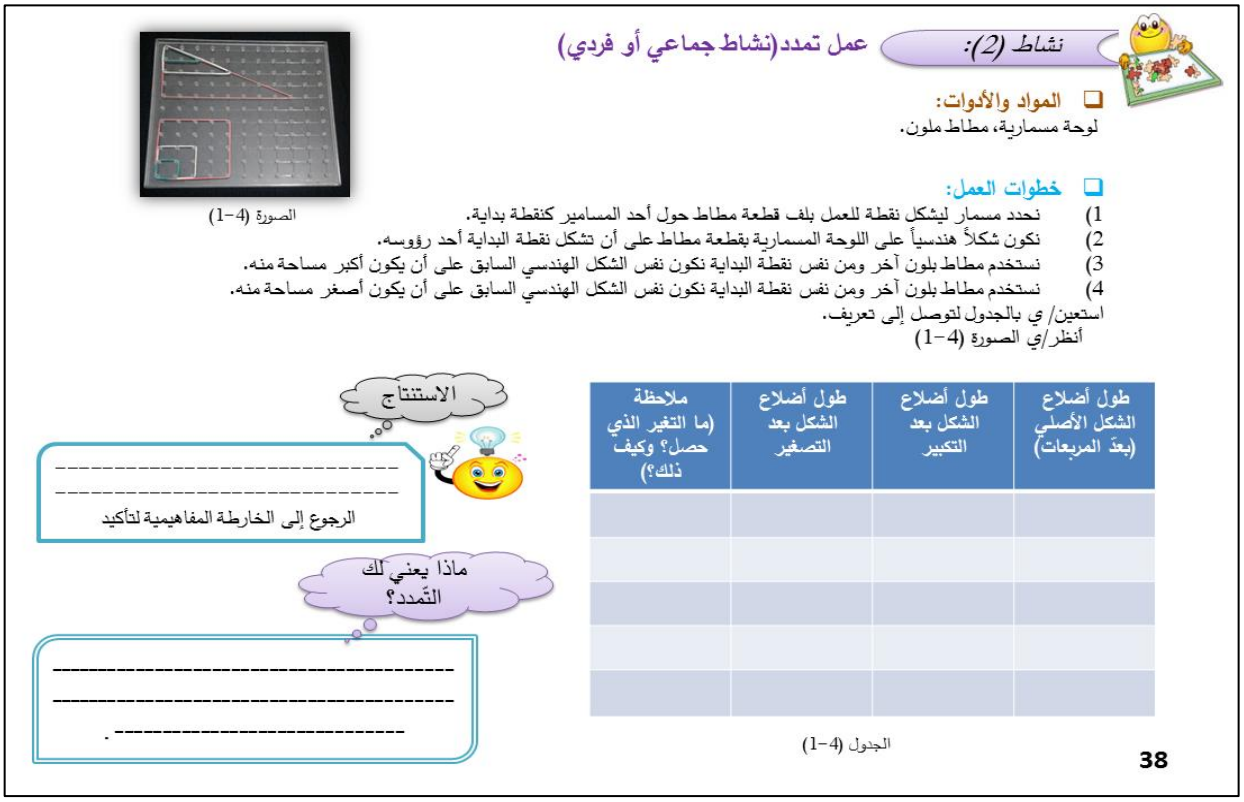
2:4:3 الوحدة المطورة: تم تصميم وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" وبالاعتماد على نتائج تحليل المحتوى والتي أوضحت قلة التنوع في التمثيلات والمراوحات بينها، حيث أخذت هذه النتائج بعين الاعتبار وكان الهدف زيادة هذه التمثيلات وتنوعها والمراوحات بينها في تعليم المفاهيم وليس ايصالها لنسبة مرتفعة جداً، فمثلاً التمثيلات الحسية (النماذج والمجسمات) التي كانت شبه معدومة تم إثرائها ورفع نسبتها إلى 0.3، وكذلك بالنسبة للمراوحات التي وجدت بنسبة ضئيلة جداً فقد تم إثراء الوحدة المطورة بها. بالإضافة إلى الرجوع للأدب التربوي كدراسة "ديفيد" و "توماز" (2012) التي طرحت بعض التمثيلات الحسية (David Tomaz, 2012)، ودراسة "غولكيليكم"، "أوغورلو" و "يوروك" (2015) التي طرحت بعض التمثيلات الصورية والرمزية (Gulkilikm, Ugurlu & Yuruk, 2015) من أجل الاستعانة بالتمثيلات المقترحة حول تعليم التحويلات الهندسية والتوصيات. وتم تطوير مفاهيم وأمثلة وأنشطة تشمل أكثر من تمثيل واحد، وكذلك المراوحة بين هذه التمثيلات من خلال الأنشطة والتمارين والتدريبات. والاستعانة بالتعليم الإلكتروني من برامج محوسبة أو ألعاب تعليمية إلكترونية تحقق الهدف من تطوير الوحدة في توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم، ويوضح الملحق (3) آلية تصميم الأنشطة في ضوء نظرية "لش" للتمثيلات المتعددة بشيء من التفصيل.

احتوت الوحدة على خطة وجدول زمني، بالإضافة إلى توضيحات لمحتوى الدروس وتوجيهات للمعلم حول آلية تنفيذها ويوضح الملحق (2) هذه الأداة بالتفصيل. أما تصميم الدروس فكانت بداية الدروس الأربعة التي تتكون منها الوحدة (الانعكاس، الدوران، الانسحاب، التمدد) تطرح قصة قصيرة لموقف حياتي يحتمل جدل يتعلق بموضوع الدرس ويمهد له وتوضيحه ببعض الرسوم المرفقة مع النص كالشكل (3 . 1) الذي يوضح قضية دوران الأرض والجدل القائم حولها، حيث يتم مناقشة الموضوع والأمور المتعلقة به، والتعرف على مفهوم الدوران في الحياة، وضمن تطبيقات أخرى في حياتنا اليومية.

الشكل (3 . 1)

قصة قصيرة حول مفهوم الدوران

تنتقل بعد ذلك لنشاط عملي حول المفهوم كتمثيل حسي (نماذج ومجسمات) يوضح المفهوم، وقد تكون نشاط يدوي أو لعبة حركية هادفة فمثلاً مفهوم التمدد وتطبيق عليه من خلال اللوحة المسمارية كما يوضح الشكل (2.3).



الشكل (2.3)

نشاط عملي حول مفهوم التّمدد

ثم تطبيق على برنامج "الجيوجبرا"، وبعض الأنشطة المجردة لاستنتاج القواعد والتعميمات، وأوراق عمل متنوعة تضم تمارين ومسائل مبنية على تمثيلات متعددة ومراوحات بينها، وقد أخذ المراوحات بعين الاعتبار أثناء تصميم جميع أنشطة الوحدة. ويوضح الملحق (2) كافة أنشطة الوحدة ومحتواها بالتفصيل.

3:4:3 اختبار تحصيلي: اختبار بعدي يقيس أثر الوحدة المطورة على تحصيل المتعلمين في موضوع التحويلات الهندسية وتطوير تبريراتهم وتفسيراتهم للإجراءات التي ينتهجونها في التحويلات. تم إعداد الاختبار بالاستناد إلى جدول مواصفات تم تطويره بعد تحديد أهداف الوحدة المطورة ومحتواها بناء على نظرية "لش" للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها، ويوضح الملحق (4) أهداف الوحدة وجدول المواصفات وآلية تصميمه.

ضم الاختبار خمسة أسئلة، السؤال الأول هو اختيار من متعدد وقد بُني على أهداف معرفية، أما السؤال الثاني بُني على أهداف تطبيقية وهو مقالي صغير يهدف إلى معرفة التحويل الهندسي الذي أُجري للشكل المظلل ليصبح الشكل غير المظلل مع تبرير إجابته. والسؤال الثالث الذي بُني على أهداف استدلالية تطلب رسم تحويلات هندسية مختلفة ضمن شروط لشكل هندسي معطى. أما السؤال الرابع يتطلب تحويل التمثيل المعطى إلى تمثيل آخر لنفس المفهوم فهو بين التطبيقي والاستدلالي، أما السؤال الخامس والأخير والذي كان في مستوى الاستدلال فقد تطلب معرفة التحويل الهندسي الذي أُجري للشكل المظلل لتصبح صورته الأشكال الهندسية غير المظللة كلا على حدى. ويوضح الملحق (5) الاختبار التحصيلي بكافة أفرعه وتفاصيله.

4:4:3 المقابلات شبه المنظمة (semi-structured interview): تم مقابلة عشرين طالبة، عشرة منهنّ من المجموعة التجريبية وعشرة من المجموعة الضابطة. وقد تم اختيارهن بناء على نتائجهنّ في الاختبار التحصيلي. حيث تم اختيارهن ضمن ثلاث مستويات: تحصيل مرتفع [80%- 100%]، تحصيل متوسط [60%-80%[، وتحصيل متدني أقل من

60%. ويوضح الجدول (3 . 5) توزيع الطالبات التي تم مقابلتهن على المستويات في كلتا المجموعتين.

الجدول (2.3)

توزيع طالبات عينة المقابلات على المجموعات ومستويات التحصيل

المجموعة /مستوى التحصيل	مرتفع (80%- 100%)	متوسط (60%- 80%)	منخفض (أقل من 60%)
عدد طالبات المجموعة التجريبية	3	5	2
عدد طالبات المجموعة الضابطة	2	5	3

تم تكليفهنّ بحل سؤال 3 و 5 من أسئلة الاختبار وطلب منهنّ التفكير بصوت عالٍ أثناء الحل (Think aloud protocol) مع توجيه بعض الأسئلة لهن أثناء قيامهنّ بحل الأسئلة، مثلاً: لماذا فعلت هذه الخطوة؟ هل يمكن إجراء خطوة بديلة؟ هل يمكن الاستغناء عنها؟ لماذا هذه الخطوة صحيحة؟ وغيرها غير صحيح؟ وذلك لاستكشاف تفسيراتهنّ وتبريراتهنّ للإجراءات التي يتبعنها في إجراء التحويل الهندسي المطلوب ومدى إدراكهنّ للمفهوم وعمق الفهم حوله، وهل للتمثيلات الذهنية أثر في ذلك؟ بالإضافة إلى سؤال ثالث طلب منهنّ رسم شكل هندسي دون استخدام الأدوات الهندسية أو باستخدامها، ثم تحديد نقطة في أي مكان خارج أو داخل أو على الشكل. ثم إجراء دوران حول تلك النقطة بأي اتجاه وبأي زاوية ترغبنَ بها. ثم عليهنّ توضيح الاتجاه ومقدار الزاوية بالتقدير وكذلك سبب رسم صورة الشكل

بعد الدوران بهذا الصورة، لرؤية مدى تطور الصورة الذهنية لديهنّ حول التحويلات الهندسية والدوران مثالاً ويوضح الملحق (7) أسئلة المقابلات بالتفصيل.

3 : 5 صدق وثبات أدوات الدراسة

لكي تكون النتائج التي يتم الحصول عليها من البحث أكثر دقة وصحة، لا بد من استخدام أداة صادقة وثابته لجمع البيانات التي سيتم تحليلها للحصول على النتائج، بمعنى أن تكون الأداة تحقق الهدف التي وضعت من أجله وتعطي نتائج متقاربة عند استخدامها في أوقات مختلفة. وفيما يلي عرض للإجراءات التي اتبعت ضمان صدق وثبات أدوات الدراسة.

أداة التحليل: تم الاستعانة بأداة تحليل محتوى محكمة من الأدب التربوي لرستم (رستم، 2012) حيث قام بعرضها على مجموعة من المحكمين لقياس صدقها. أما بالنسبة لثباتها فقد استعان الباحث (رستم) بمحلل آخر يستخدم نفس أداة التحليل، لتحليل محتوى محدد، وقياس نسبة التوافق التي تراوحت بين 0.98- 1.0 بحسب المرجع، وهذا ما يعكس ثبات خارجي مرتفع لنتائج التحليل.

وللتأكد من ثبات أداة التحليل في تحليل وحدة التحويلات الهندسية لإجراءات الدراسة الحالية تم تحليل الوحدة بالاعتماد على أداة التحليل والاستعانة بمحللتين لاستخدام نفس أداة التحليل في تحليل درس الانسحاب من الكتاب المقرر، بإيجاد أنواع التمثيلات وتكراراتها ومتوسطاتها الحسابية في كل من الأنشطة والأمثلة والتدريبات واالتمارين والمسائل، وكذلك بالنسبة للمراوحات الموجودة في كل منها وتكراراتها ومتوسطاتها الحسابية، ثم مقارنة نتائج

التحليل بين المحللتين ونتائج الباحثة التي أوضحت نسبة التوافق 0.89 في أنواع التمثيلات، بينما في المراوحات اختلفت نسبة التوافق من مراوحة إلى أخرى بحيث كانت ما بين 0.68 في بعض المراوحات ووصلت إلى 1.0 في غالبية المراوحات الأخرى، وهذا يعكس ثبات خارجي مرتفع للتحليل.

الوحدة المطورة: تم عرض وحدة التحويلات الهندسية المطورة مع أهدافها التعليمية على ثلاثة أساتذة جامعين، وخمسة معلمين مدارس خبراء ممن يشهد لهم بمهنيتهم العالية وتميزهم ممن يعلمون الصف التاسع، لتحكيمها بناء على الأهداف التعليمية الموضوعة. وقد أوصى المحكمون بالعديد من التوصيات التي تم أخذها بعين الاعتبار، كإعادة هيكلة الوحدة بالتمييز بين الأنشطة وأوراق العمل التي كانت ملاصقة لبعضها، إعادة صياغة بعض التمارين بحيث تصبح أكثر وضوحاً، وتكبير الرسومات بحيث تصبح أكثر وضوحاً، وتبسيط بعض الأسئلة بالتسلسل بينها من حيث عدد المطاليب بالسؤال، وتم أخذها جميعاً بعين الاعتبار.

أما الجانب الآخر من التحكيم والذي تم الاعتماد عليه في الهيكلة النهائية للوحدة فقد تمثّل في تأملات طالبات المجموعة التجريبية اللآتي تعلمن التحويلات الهندسية بالاعتماد على الوحدة التعليمية المطورة حيث شملت التأملات عدة جوانب منها ايجابيات وسلبيات التجربة، ومقترحات للتطوير، ومفهومهن للتعلم ودور المعلمة ودورهن في العملية التعليمية من وجهة نظرهن ويوضح الملحق (8) ورقة التأملات بالتفصيل. فقد اتضح من خلال تحليل التأملات أن معظم الطالبات يرون أن دورهن تلقي المعلومات والمعلمة تعطي هذه

المعلومات وأن العلم هو أخذ معارف إلا نسبة قليلة منهن لم يتجاوزن الأربع طالبات الآتي ينظرن إلى التعلم على أنه عملية حيوية وللمعلم والمتعلم يتشاركون في العملية التعليمية.

من الايجابيات التي ذكرنها أن التعلم من خلال التمثيلات المتعددة تعطي متعة للتعلم، وتنمي التفكير والاستنتاج وروح التعاون، وتربط الرياضيات بالعلوم الحياتية الأخرى. أما النقاط التي تحتاج إلى تطوير فذكرن ضرورة زيادة الأنشطة والتمارين، وإضافة تحديات وتحفيزات مادية، وتكليفهن بمشاريع منزلية، تطوير الأنشطة بحيث تكون بمستوى أعمارهن، وأن يكون التقييم من خلال الأنشطة وليس من خلال الاختبارات، وإعطاء وقت أكثر للتعليم الوحدة.

في المجمل كان توجه الطالبات نحو التجربة ايجابي باستثناء بعض الطالبات بلغ عددهن ثلاث طالبات، اللواتي ابدين عدم اعجابهن بالوحدة التعليمية المطورة وأن الكتاب المقرر أفضل لأنه يطرح المعلومات بشكل واضح ويطبق عليها ضمن استراتيجية واضحة.

وقد تم أخذ هذه التوصيات في التعديل على الوحدة الدراسية المطورة. خاصة أن الأدبيات ك دراسة "روثفن" و"هينيسي" و"ديني" (Ruthven, Hennessy & Deany, 2007) التي أوصت بضرورة أخذ وجهات نظر المتعلمين والمعلمين في استراتيجيات التعلم المستخدمة من أجل تطويرها، وذلك لأن هناك فرق بين من يضع الاستراتيجية ومن يطبقها، فمن يطبقها أو يتفاعل معها بشكل مباشر هو من يتعمق فيها ويراها من عدة جوانب.

المقابلة شبه المنظمة *(semi-structured interview)*: تم إعداد المقابلة شبه المنتظمة بحيث شملت سؤالين من الاختبار التحصيلي الذي تم تحكيمه، بالإضافة إلى سؤال ثالث يعكس مدى أدراك المتعلمات للمفاهيم التي تم عرضها حول التحويلات الهندسية، ومدى تكون صورة ذهنية وبنى معرفية حول المفاهيم التي تعرضون لها. وقد تم التأكد من صدقها بعرضها على أستاذين جامعيين لرؤية مدى صدقها في قياس تفسيرات المتعلمات لإجراءاتهنّ التي يتبعنها في التحويلات الهندسية. أما ثباتها فقد تم الاستعانة بمحلل آخر لتفريغ المقابلات التي تم تسجيلها صوتياً بالإضافة إلى تحليل أحد المقابلات ومقارنة نتائج التحليل بين التحليلين وقد ظهر هناك توافق بين التحليلين بلغت نسبته 81%.

الاختبار التحصيلي: صمم الاختبار التحصيلي بناء على أهداف محدد وجدول مواصفات. وللتأكد من صدق الاختبار تم عرضه على أستاذين جامعيين وخمسة معلمين يعلمون الصف التاسع، وقد كانت التعديلات بسيطة، مثلاَ زيادة وقت الاختبار، أو تغير بديل في سؤال الاختيار من متعدد، وأن الاختبار لا يتناسب مع الوحدة المقررة التي يتعلمها المتعلمين. بالإضافة إلى تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مع متعلمين من خارج المدرسة وأوضحوا صعوبة بعض الأسئلة كالسؤال الرابع الذي يتطلب التحويل من تمثيل إلى آخر كونهم لم يتعرضوا لمثل هذه الخبرات أثناء التعلم.

تم التأكد من ثباته بإعادة تطبيق الاختبار على العينة الاستطلاعية، وحساب معامل ارتباط بيرسون الذي بلغ 0.82 وهذا يعكس درجة ثبات عالية للاختبار.

3 : 6 إجراءات الدراسة

تضمن القيام بالدراسة الإجراءات الأساسية التالية حسب تسلسلها الزمني:

1) العمل على تحليل وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها كتاب الرياضيات المقرر من وزارة التربية والتعليم الجزء الأول للصف التاسع.
2) تطوير الوحدة بناءاً على التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" وبالاعتماد إلى نتائج التحليل. وتطوير اختبار تحصيلي بالاعتماد على جدول المواصفات للوحدة المطورة.
3) أخذ كتاب رسمي من كلية التربية جامعة بيرزيت موجه لمديرية التربية والتعليم في محافظة رام الله والبيرة، لتسهيل مهمة تطبيق وحدة التحويلات الهندسية المطورة في مدرسة بنات بيتونيا الأساسية.
4) الحصول على تسهيل مهمة من قبل مديرية التربية والتعليم في محافظة رام الله والبيرة موجه إلى مديرة مدرسة بنات بيتونيا الأساسية، لتسهيل مهمة تطبيق وحدة التحويلات الهندسية المطورة في مدرسة بنات بيتونيا الأساسية.
5) تحكيم الوحدة المطورة من قبل مجموعة من الاساتذة الجامعين، ومعلمات رياضيات. ثم تم التوجه إلى المدرسة لتطبيق الوحدة التعليمية المطورة لمدة ثلاثة أسابيع من قبل معلمة الرياضيات في المدرسة، بعد توضيحي لها آلية التطبيق وتوضيح الوحدة المطورة. وتم الاكتفاء بالمشاهدة وذلك لإزالة أثر متغير اختلاف المعلم على النتائج، حيث أن أساليب التعليم تختلف من استاذ إلى آخر بناء على خبراته ومعارفه وهذا قد ينعكس على النتائج في حال عدم التكافؤ بين المعلمين ويكون له أثر على التعلم والتحصيل.

6) تطبيق الاختبار وتصحيحه، ثم تم إجراء مقابلات بناء على نتائج الاختبار بحيث تم مقابلة الطالبات من مستويات مختلفة (ضعيفة، متوسطة، جيدة).

3 : 7 استراتيجيات تحليل البيانات

تضمن تحليل البيانات الخطوات التالية:

1) إجراء اختبار العينات المستقلة ت (Independent Sample T-Test) لعلامات المجموعة التجريبية والضابطة في مادة الرياضيات في الصف الثامن، للتأكد من تكافؤ المجموعات.
2) تحليل الاختبار البعدي كمياً بايجاد المتوسطات الحسابية لكلتا المجموعتين في الاختبار، للكشف عن أثر الوحدة المطورة على تحصيل المجموعة التجريبية مقارنة مع المجموعة الضابطة، ثم إجراء اختبار- ت للعينات المستقلة (Independent Sample T-Test) للكشف عن أثر وحدة التحويلات الهندسية المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل الطالبات.
3) إجراء اختبار- ت العينات المستقلة (Independent Sample T-Test) لأسئلة الاختبار بناء على مستوياتها المعرفية لقياس أثر وحدة التحويلات الهندسية المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل الطالبات في مستويات معرفية مختلفة.
4) تحليل المقابلات بطريقة كيفية باستخدام منهج التحليل الموضوعي " Thematic Analysis" من أجل وصف تفسيرات المتعلمات وتبريراتهنّ لإجراءاتهنّ التي يتبعنها في

حل المشكلات والأسئلة المتعلقة بالتحويلات الهندسية خلال المقابلات. حيث تم وضع مؤشرات عامة حول ما ورد في نصوص المقابلات من أجل تصنيفها، ثم تطويرها إلى فئات، ثم إلى محاور أكثر عموماً. ثم إعطاء أرقام أو أسماء (عبارات) لكل محور رئيسي، ثم تفريغ هذه النصوص ضمن هذه المحاور لمعرفة مدى فهمهم للمفهوم وتطوره لديهم مقارنة مع المجموعة الضابطة، حيث صنفت إجابات الطلبة (بعد ترميز البيانات وتجميعها في أنماط وفئات) في محورين: الأول الإجراء المتبع والثاني تفسير/ تبرير هذا الإجراء.

3: 8 المعايير الأخلاقية

تعتبر أخلاقيات البحث ومعاييره من أهم ما يجب معرفته قبل الشروع في أي دراسة لضمان حقوق المجتمع التي تجري عليه الدراسة. ومراعاة لأخلاقيات البحث في الحصول على الموافقة المطلعة تم أخذ إذن من الجامعة بالتوجه لجمع البيانات من المدارس بغرض البحث، ثم التوجه وأخذ إذن رسمي من وزارة التربية والتعليم والتوجه للمدرسة المعنية. كما وتم إخبار الطالبات في موضوع البحث والهدف منه واحترام آرائهم بالمشاركة أو عدم المشاركة أو الانسحاب من المشاركة. وقبول آرائهن بالرفض أو القبول في إجراء التسجيل الصوتي خلال المقابلات، كما وسيتم ضمان السرية للمشاركات وعدم طرح أسمائهن بالبحث مراعاة لحفظ كرامة المشاركات (المرجعية الأخلاقية للبحوث في جامعة بيرزيت، 2012).

3: 9 ملخص الفصل

تناول هذا الفصل منهجية الدراسة وتصميمها وعينتها المتمثلة في مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة. وتوضيح أدوات الدراسة (أداة تحليل المحتوى، الوحدة المطورة، الاختبار التحصيلي، والمقابلات شبه المنظمة) ووصفها ومصادرها وصدقها وثباتها، بالإضافة إلى إجراءات الدراسة واستراتيجيات تحليل البيانات للحصول على النتائج والمعايير الأخلاقية.

يتم في الفصل التالي عرض نتائج الدراسة التي تم التوصل إليها من تحليل البيانات.

الفصل الرابع: نتائج الدراسة

1:4 مقدمة

هدفت هذه الدراسة إلى استكشاف أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين في مادة التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى استكشاف أثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها.

لتحقيق هذه الأهداف تم اختيار منهجية الدراسة بحيث تضمنت المنهج الكمي بتصميم شبه تجريبي، والمنهج الكيفي بتصميم وصفي تحليلي. فتم تصميم وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" حيث اشتملت على مفاهيم وأمثلة وأنشطة، بالإضافة إلى تصميم اختبار تحصيلي، ومقابلات شبه منظمة. أما المجموعة الضابطة فقد تعلمت وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي. وبعد الانتهاء من تدريس الوحدة لكلتا المجموعتين تقدّم المتعلمون للاختبار التحصيلي والذي يقيس معرفة الطلبة في التحويلات الهندسية، وقدرتهم على التطبيق عليها واكتساب مهارات عليا حول مفاهيم الوحدة. بالإضافة إلى إجراء مقابلات فردية مع مجموعة من المتعلمين الذين قاموا بإجابة الاختبار التحصيلي للكشف عن إجراءات المتعلمين أثناء قيامهم بالتحويلات الهندسية وتفسيراتهم لها. ومن خلال تحليل النتائج التي تم التوصل إليها تم الإجابة على سؤال الدراسة الرئيسي:

ما أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي؟

والذي انبثق منه سؤالان فرعيان:

1. ما مدى اختلاف تحصيل المتعلمين الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة والذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي؟
2. ما أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية المطورة على تفسيرات المتعلمين لإجراءتهم في التحويلات الهندسية؟

كما وتم فحص فرضية الدراسة المنبثقة عن السؤال الفرعي الأول.

يعرض هذا الفصل النتائج المتعلقة بكل سؤال، وتقديم ملخص عام للنتائج:

2:4 أثر توظيف التمثيلات المتعددة على تحصيل المتعلمين

للإجابة على السؤال:

ما مدى اختلاف تحصيل المتعلمين الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة والذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي؟

وما تبعها من فرضية:

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة $\alpha \leq 0.05$ بين متوسطات علامات طلبة المجموعة التجريبية الذي تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة وبين طلبة المجموعة

الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب يعود للتمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش".

أولاً: التأكد من تكافؤ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، حيث تم إجراء اختبار ت للعينات المستقلة Independent Sample T-Test لمتوسطات علامات المتعلمين في مادة الرياضيات في الصف الثامن للمجموعتين. وقد كانت نتائج الاختبار كما يوضحها الجدول (4 . 1).

الجدول 4 . 1

نتائج اختبار ت للعينات المستقلة لعلامات المتعلمين السابقة في مادة الرياضيات

الاختبار	المجموعة	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الدلالة الإحصائية α
القبلي "علامات الرياضيات للصف الثامن"	الضابطة	67.9	15.7	0.36
	التجريبية	71.2	16.9	

يظهر الجدول (4 . 1) عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين علامات المتعلمين السابقة في مادة الرياضيات حيث أن قيمة مستوى الدلالة 0.36 وهي أكبر من 0.05، وهذا يعني أن الفرق بين المجموعتين غير دال إحصائياً، بمعنى أنه يمكننا افتراض تكافؤ المجموعتين الضابطة والتجريبية.

ثانياً: اختبار الفرضية الصفرية، حيث تم احتساب المتوسطات الحسابية لعلامات المتعلمين في الاختبار التحصيلي، والإنحرافات المعيارية لمتوسطات تحصيل المتعلمين في الاختبار البعدي تبعاً لمتغير طريقة التدريس/ المحتوى التعليمي. ثم تم إجراء اختبار ت

للعينات المستقلة Independent Sample T-Test ويوضح الجدول (4 . 2) نتائج الاختبار.

الجدول 4 . 2

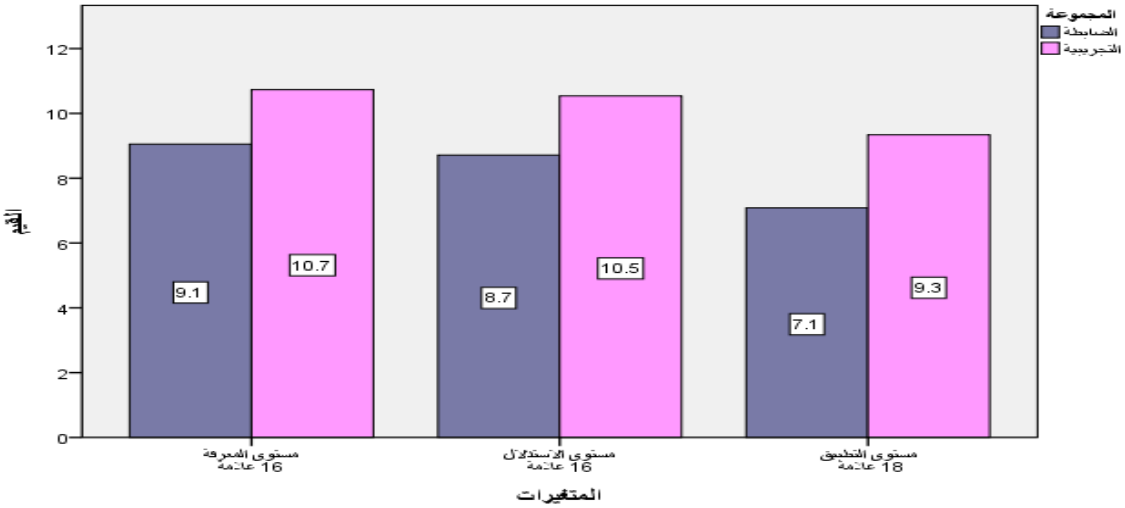
نتائج اختبار ت للعينات المستقلة لاختبار التحصيل البعدي

الاختبار البعدي	المجموعة	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الدلالة الإحصائية α
	الضابطة	24.9	8.4	0.005
	التجريبية	30.6	9.4	

يظهر الجدول (4 . 2) أن هناك فرق في متوسط تحصيل المجموعة التجريبية البالغ 30.6 ومتوسط تحصيل المجموعة الضابطة البالغ 24.9 لصالح المجموعة التجريبية. ومن نتائج الاختبار أيضاً أن قيمة α تساوي 0.005 أقل من 0.05 وهذا يعني أن هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة بناء على نموذج "لش" لتمثيلات المتعددة، وبين متوسطات علامات المجموعة الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب يعود للتمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش"، بمعنى أن هناك أثر ايجابي لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية حيث أنه يزيد من تحصيل المتعلمين.

أما فيما يتعلق بمدى تحقق الأهداف التعليمية ومستوياتها المعرفية (المعرفة، التطبيق، والاستدلال) الذي بُني عليها الاختبار، لدى كل من المجموعتين الضابطة والتجريبية والفرق

بينهم، حيث بُني السؤال الأول من الاختبار على مستوى المعرفة، بينما السؤال الثالث والرابع على مستوى التطبيق، والسؤال الثاني والخامس على مستوى الاستدلال، يوضح الشكل (4 . 1) المتوسطات الحسابية للمستويات المعرفية لكل من المجموعة التجريبية والضابطة مع عدد العلامات المخصصة لكل مستوى.



الشكل (4 . 1)

المتوسطات الحسابية للمستويات المعرفية للمجموعة التجريبية والضابطة

يتضح من الشكل أعلاه أن علامات المتعلمين للمجموعة التجريبية في المستويات المعرفية الثلاثة (المعرفة، التطبيق، والاستدلال) أعلى منها في المجموعة التجريبية. وهذا ما توضحه المتوسطات الحسابية، فمثلاً المتوسط الحسابي لمستوى الاستدلال في المجموعة التجريبية 10.5 بينما في المجموعة الضابطة بلغ 8.7 من أصل ستة عشر علامة، وهذا يوضح أن معدل المجموعة التجريبية أعلى من معدل المجموعة الضابطة بما يقارب علامتين في هذا

المستوى. وكذلك بالنسبة لبقية المستويات كما يتضح في الشكل أعلاه. ولفحص مدى علاقة هذا الاختلاف باستخدام التمثيلات المتعددة في تعليم موضوع التحويلات الهندسية تم إجراء اختبار ت للعينات المستقلة Independent Sample T-Test ويوضح الجدول (4 . 3) نتائج الاختبار.

الجدول 4 . 3

نتائج اختبار ت للعينات المستقلة للمستويات المعرفية في الاختبار التحصيلي

المستوى المعرفي	المجموعة	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الدلالة الإحصائية α
المعرفة	الضابطة	9.1	2.3	0.008
	التجريبية	10.7	3.2	
التطبيق	الضابطة	7.1	5.0	0.05
	التجريبية	9.3	5.2	
الاستدلال	الضابطة	8.7	2.8	0.004
	التجريبية	10.5	2.8	

يتضح من الجدول أعلاه أن هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في كل من مستوى المعرفة ومستوى الاستدلال، حيث أن قيمة $0.05 > \alpha$. وهذا يعني أن هناك فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الاستدلال بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة بناء على نموذج "لش" للتمثيلات المتعددة، وبين متوسطات علامات المجموعة الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب، يعود للتمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش"، وكذلك بالنسبة لمستوى المعرفة والذي بُني عليه

السؤال الأول وهو عبارة عن اختيار من متعدد، اتضح أن هناك أثر ايجابي للتمثيلات المتعددة على مستوى المعرفة لصالح المجموعة التجريبية. بمعنى أن هناك أثر ايجابي لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية على تطوير البنى المعرفية ومهارات التفكير العليا (المستويات الاستدلالية) لدى المتعلمين والتي يعكسها الزيادة في التحصيل في هذه المستويات.

أما بالنسبة لمستوى التطبيق فبينت نتائج الاختبار الإحصائي كما يوضح الجدول (4 . 3) أعلاه أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مستوى التطبيق.

يمكن تلخيص الإجابة على السؤال الأول بوجود أثر إيجابي لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية حيث أنه يزيد من تحصيل المتعلمين. بالإضافة إلى أنه يطور الجانب المعرفي ومهارات التفكير العليا لدى المتعلمين بالمقارنة مع التعلم بالطريقة التقليدية، والتي تركز على الجانب التطبيقي في التعليم أكثر من الجوانب الأخرى كما يعرضها الكتاب المدرسي المقرر. كما أنه توظيف التمثيلات المتعددة يحافظ على مستوى التطبيق على المفاهيم المعروضة أثناء التعلم.

3:4 أثر توظيف التمثيلات المتعددة على تفسيرات الطلبة لإجراءاتهم

للإجابة على السؤال:

ما أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية المطورة على تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم في التحويلات الهندسية؟

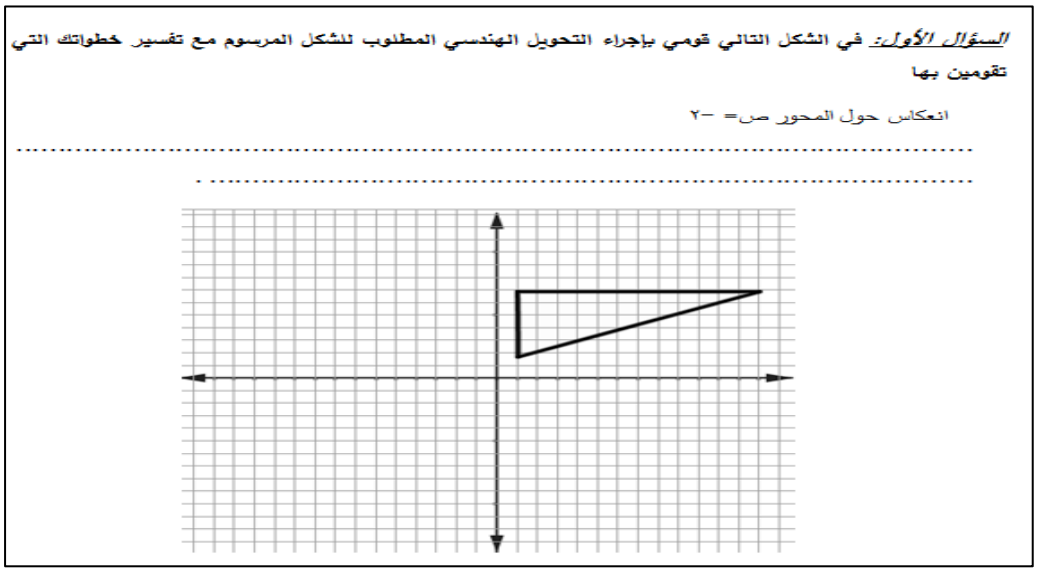
تم الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل نتائج المقابلة التي بُنيت في ثلاثة محاور أساسية وهي : معرفة التحويلات الهندسية وإجراء تطبيقات عليها وتفسيرها، الاستدلال على التحويلات الهندسية وتفسيرها، والصور الذهنية والبنى المعرفية حول مفاهيم التحويلات الهندسية. وقد تطلبت الأسئلة متطلبات مختلفة من رسم تحويلات أو الانتقال من تمثيل إلى آخر في توضيح تحويل محدد، كذلك اقتضت تفسير للإجراءات أو التعبيرات التي يذكرونها وسبب تفكيرهم بها بهذه الصورة أو التعبير عنها بهذه الطريقة، أو لماذا يعتقدون بأن هذا هو التفسير والتحويل المناسب.

وقد تم مقابلة عشرين طالبة، عشرة منهنّ من المجموعة التجريبية وعشرة من المجموعة الضابطة. وقد تم اختيارهنّ بناء على نتائجهنّ في الاختبار التحصيلي. حيث تم اختيارهنّ ضمن ثلاث مستويات: تحصيل مرتفع (80%- 100%)، تحصيل متوسط (60%-80%)، وتحصيل متدني أقل من 60%.

وكانت نتائج المقابلات بناء على محاور أسئلة المقابلة كما يلي:

المحور الأول: معرفة التحويلات الهندسية وإجراء تطبيقات عليها وتفسيرها

في هذا المحور كان الهدف استكشاف مدى معرفة المتعلمين بمفاهيم التحويلات الهندسية وقدرتهم على توظيفها في حل المشكلات، بمعنى تطبيق وتوظيف هذه المفاهيم في حل المشكلات وكيف يفسرون آلياتهنّ/ إجراءاتهنّ لخطوات هذا التطبيق. وهذا تمثل في السؤال الأول من المقابلة والذي كان يطلب من الطالبة إجراء انعكاس للشكل المعطى ضمن المطلوب، مع التفكير بصوت مرتفع أي التحدث عن الآلية التي تتبعها للحل ، مع تفسير سبب تفكيرها بهذه الخطوات وبهذه الطريقة ويوضح الشكل (4 . 2) السؤال كما ورد في المقابلة.



الشكل (4 . 2)

السؤال الأول من المقابلة المرتبطة في فحص آليات تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم في التحويلات الهندسية

تم تحليل هذا السؤال بناء على شقين الأول الإجراء الذي قامت به الطالبات أثناء الحل والشق الآخر هو طريقة تفسيرهنّ لهذا الإجراء بناء على معرفتهنّ وقد تم إظهار هذه التفسيرات من خلال وصف إجراءات (آليات) الطالبات أثناء الحل لأنهن كنّ قليلات التحدث.

أوضحت النتائج فيما يتعلق بالإجراء الذي قامت به الطالبات أثناء حل هذا السؤال بأنه قد اجمعت غالبية طالبات المجموعة التجريبية وطالبات المجموعة الضابطة على رسم محور ص=−2، ولكنهن اختلف في طريقة رسم صورة المثلث بعد الانعكاس، فمنهنّ من رسم محور ص= −2 وقمن بإجراء الانعكاس حوله، وظهر هذا بالمجموعة التجريبية أكثر، حيث كان عددهن سبع طالبات وهو أكثر من النصف بينما في المجموعة الضابطة أربعة فقط من أصل عشرة. ومنهنّ من رسمت محور ص=−2 ولكنهنّ قمن بإجراء الانعكاس حول محور الصادات مدعيات أنه ذلك المطلوب من السؤال لأنه ورد حرف "ص" في السؤال، وظهر هذا بشكل أكبر في المجموعة الضابطة مع الطالبات التي كان تحصيلهنّ متوسط فما دون وبلغ عددهن أربعة وهذا قريب من النصف، بينما في المجموعة التجريبية اثنتان فقط من الطالبات ذوات التحصيل المتوسط من أجرين الانعكاس حول محور الصادات، وهذا قد يوضح عدم وضوح المفهوم لديهنّ. أما الإجراء الثالث لرسم المحور هو أنهنّ رسمن محور ص=−2 ولكنهنّ أجرين الانعكاس حول محور السينات، وذلك بعدم أخذ الإحداثيات أو العدّ بناء على المحور الجديد وهو محور ص=−2، ولكن كان مرجعهنّ للإحداثيات والعدّ إلى محور السينات الأصلي، وظهر هذا بشكل متساوي في كلا المجموعتين حيث كنّ طالبتين من كل مجموعة.

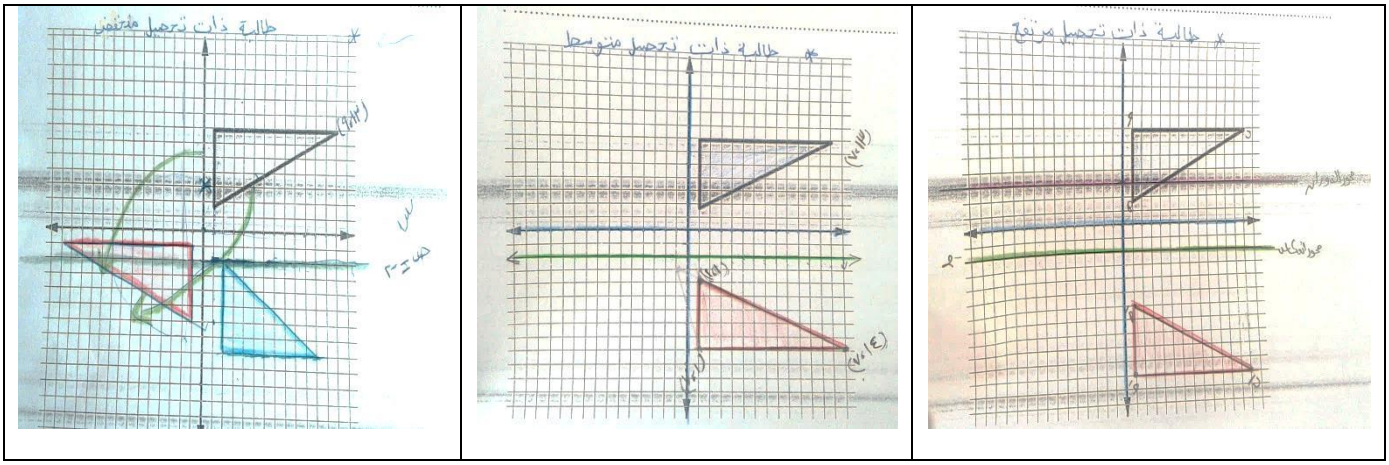
أما فيما يتعلق بتحديد صورة الشكل بعد الانعكاس وأبعادها، فقد اتبع نصفهنّ العدّ بالاعتماد على خاصية أن البعد العمودي بين النقطة ومحور الانعكاس يساوي البعد بين صورة النقطة ومحور الانعكاس، وظهر ذلك بشكل متساوي بين المجموعتين ومن جميع المستويات تقريباً بحيث بلغ عددهن خمسة من كل مجموعة. أما الإجراء الآخر وهو أخذ إحداثيات رؤوس المثلث واتباع قواعد الانعكاس حول محور الصادات أو محور السينات بناء على تحديدهنّ لمحور الانعكاس. فمنهن من اتبعن التعميم أن النقطة (س، ص) تصبح (س،–ص) عند الانعكاس في محور السينات، ولكنهنّ لم يأخذن الإحداثيات بناء على المحور الجديد فكان هناك خطأ في الرسم وكان عددهن اثنتين في المجموعة التجريبية واثنتين من المجموعة الضابطة. ومنهن من اتبعن التعميم (س، ص) تصبح (–س،ص) بالانعكاس في محور الصادات وبلغ عددهن أربعة في المجموعة الضابطة، وهنّ أقرب إلى النصف، بينما كان هناك اثنتين فقط من المجموعة التجريبية. وهناك ثلاث طالبات من المجموعة الضابطة اتبعن تعميم خاطئ أو اتباع تعميم في مكان خاطئ فمثلاً تطبيق قاعدة/ تعميم الانعكاس في محور السينات على الانعكاس في محور الصادات، بينما تمكنت طالبة واحدة من المجموعة التجريبية القيام بذلك.

أظهرت النتائج أن طالبات المجموعة التجريبية يتبعن القواعد الصحيحة بشكل أكثر من المجموعة الضابطة والتي كانت تعكس إدراكهن لمفهوم الانعكاس وآليته والتأكد منه من خلال العدّ. أما المجموعة الضابطة فقد كانت آلية اتباعهنّ للقواعد تعكس على ما يبدو مدى حفظهن لها، وعدم قدرتهنّ على تبريرها غالباً.

أما فيما يتعلق بتفسيراتهنّ للإستراتيجيات التي يتبعنها فمنهنّ من فسر ذلك بالرجوع للقاعدة أو التعميم وظهر ذلك بشكل واضح في المجموعة التجريبية حيث بلغ عددهنّ ثمان طالبات بينما في المجموعة الضابطة ثلاثة فقط، فقد كنّ يتبعن تعميم الانعكاس لنقطة حول محور معين، مثل تعميم انعكاس نقطة في محور السينات فنعكس اشارة المقطع الصادي، وقد ظهر هذا أكثر مع الطالبات ذوات التحصيل المرتفع. بينما كان هناك خمسة طالبات من كل مجموعة فسرنّ إجراءهنّ بتعميم لفظي بالاعتماد على قاعدة لفظية، وهي أن البعد العمودي بين النقطة ومحور الانعكاس يساوي البعد بين صورة النقطة ومحور الانعكاس.

أما من فسرنّ ذلك بالتخيل العام أي بدون إعطاء رسم دقيق وبالاعتماد على التعريف العام للانعكاس بأنه انقلاب للشكل أو صورة في مرآة أو من خلال طي الورقة حول المحور، فقد ظهر بشكل كبير في المجموعة التجريبية، حيث بلغ عددهن تسع طالبات بينما طالبتين فقط من المجموعة الضابطة ومن ذوات التحصيل المرتفع. وعندما كان يتم سؤال الطالبات عن مدى منطقية الصورة وهل هي حقاً تمثل انعكاس للشكل؟ فإن طالبات المجموعة التجريبية في جميع المستويات وخاصة في المجموعة متدنية التحصيل استطعن تخيل الصورة وأنها يجب أن تكون الصورة منعكسة/ مقلوبة حول المحور، وكن يلاحظن أي خطأ من خلال الرسم بأن هناك خطأ ما بتعبيرهن "*في اشي خطأ*" أو "*مش زابطة*"، ولكنه لم يظهر في المجموعة الضابطة واللآتي لم يستطعن تخيل صورة الشكل بشكل واضح.

ويوضح الشكل (4 . 3) بعض رسومات الطالبات من المجموعة التجريبية لهذا السؤال.



الشكل (4 . 3)

رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الأول في المقابلة

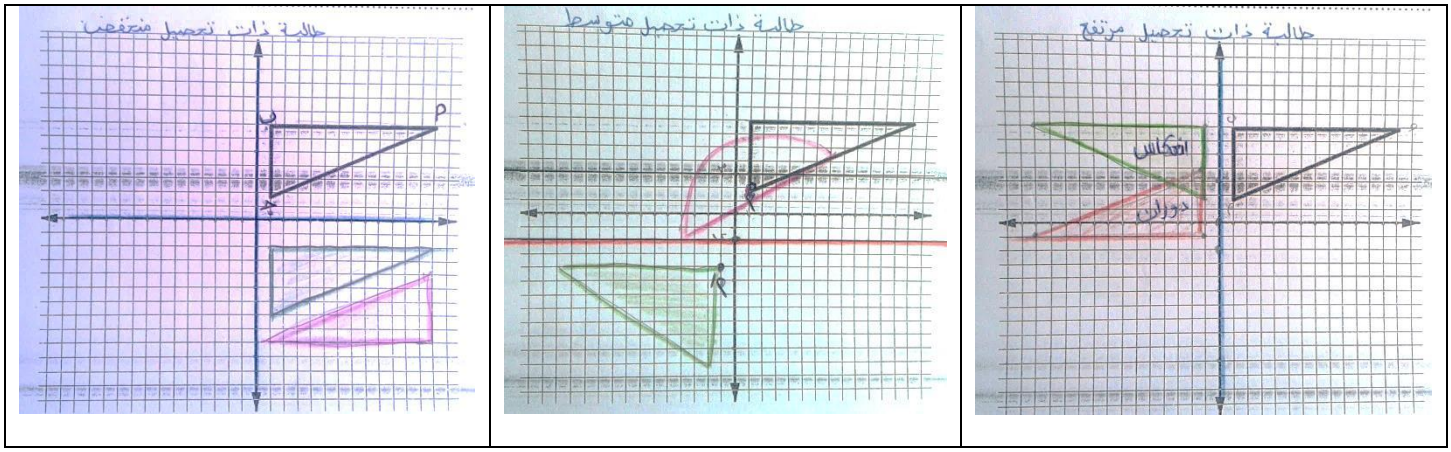
يتضح في الشكل أعلاه ثلاث رسومات لثلاث طالبات من المجموعة التجريبية من مستويات تحصيل مختلفة (مرتفع، متوسط، منخفض)، حيث أن الطالبة ذات التحصيل المرتفع رسمت محور الانعكاس ص=−2 وأجرت الانعكاس حوله بشكل صحيح من خلال عدّ البعد بين النقطة أ ومحور الانعكاس، ثم العدّ من محور الانعكاس على نفس الخط العمودي بنفس عدد المربعات التي تبعد فيه النقطة أ عن المحور ص=−2، لتصل إلى أَ وهي صورة النقطة أ بعد الانعكاس في محور ص=−2 معبرةً "*بنعد المربعات قديش بتبعد النقطة عن المحور وبنعد من الجهة الثانية من المحور نفس الاشي وبنعين الصورة*"، وكذلك بالنسبة لباقي النقاط، فهي فسرت إجرائها من خلال تعميم لفظي ولم ترجع إلى التعميم الرمزي.

بينما الطالبة ذات التحصيل المتوسط فقد رسمت محور ص=−2 ولكن لم تأخذه بعين الاعتبار عند تطبيق قاعدة الانعكاس في محور السينات، فلم تعتبر أن ص=−2 سيكون هو محور السينات الجديد، بمعنى محور الانعكاس الجديد ويجب أخذ الإحداثيات الجديدة بناء

عليه، مثلاً حددت إحداثيات النقطة (13 ، 7) كما يظهر أعلاه بالاعتماد على محور السينات، ولكنها يجب أن تكون (13، 9) بناء على المحور الجديد (ص=−2) ومن ثم تطبيق القاعدة بأن النقطة (س،ص) عند انعكاسها في محور السينات تصبح (س، −ص)، وهنا حدث مشكلة في بعد الصورة عن محور الانعكاس، وعند سؤالها هل ترى أن المثلث الجديد هو انعكاس للشكل الأصلي حول محور ص=−2 اجابت "*آه بس في إعاقة*". وهذا يظهر استخدامها لتعميم الرمزي في التفسير، بالإضافة إلى قدرتها على معرفة أن هناك خطأ في الرسمة بناء على صور ذهنية تحملها لطبيعة الانعكاس.

أما الطالبة ذات التحصيل المنخفض فهي لم تحدد محور ولكن اكتفت بقلب الشكل كما تخيلته حول السينات متجاهلة القواعد والتعميمات، وكذلك محور الانعكاس ص=−2، واكتفت بتخيل وجود مرآة تنعكس حوله واستخدام يديها لتخيل الشكل من خلال وضع يدها مكان الشكل ثم قلبها ثم رسم الصورة، مفسرة أن هذا هو التعريف العام للانعكاس.

كما ويوضح الشكل (4 . 4) بعض رسومات طالبات المجموعة الضابطة لهذا السؤال، لثلاث طالبات من ثلاثة مستويات مختلفة أيضاً.



الشكل (4 . 4)

رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الأول في المقابلة

يتضح في الشكل أعلاه أن الطالبة ذات التحصيل المرتفع رسمت/ أجرت الانعكاس حول محور الصادات متجاهلة محور الانعكاس ص=−2، حيث ترى أن السؤال يتطلب الانعكاس حول محور الصادات بالرغم من تنبيهها، ثم وضحت كيفية الانعكاس بوضع يدها على الشكل ثم قلبته بالمحور المعاكس (محور الصادات)، ورسمته بعد اتباع أسلوب العدّ المذكور سابقاً. وعند سؤالها عن الدوران حول النقطة (0 ، 3) بهدف الكشف عن معرفتها عن التحويلات الهندسية أخرى حول، قامت برسم الصورة بشكل دقيق ولكنها لم تستخدم قواعد بل اتبعت الأبعاد فقط معبرة "*هلا الدوران هو زي الانعكاس بس بَعين النقطة (0 ، 3) وبعدين كل نقطة بتآخد بعدها عن نقطة الدوران بالعكس*" وعبرت بأنها هي من وضعت هذه الآلية لإجراء الدوران ولم تتعلمها، وذلك من خلال أخذ بعد أفقي وعمودي لبعد النقطة عن نقطة الدوران، ثم أخذ نفس الأبعاد بالعكس من الجهة المقابلة للنقطة، بمعنى الأفقي هو العمودي والعمودي هو الافقي بالجهة المقابلة من النقطة ثم رسم صورة النقطة، وكذلك بالنسبة لباقي النقاط.

بينما الطالبة ذات التحصيل المتوسط فقد رسمت محور ص=−2، ثم أخذت إحداثيات النقاط بناء على المحاور الأصلية، ثم اتبعت تعميم خاطئ لانعكاس نقطة في محور الصادات. فقد عبرت بأن صورة النقطة (س،ص) تصبح (−س،ص) عند انعكاسها في محور الصادات، ثم قامت بتعين النقاط بناء على المحاور الجديدة وهذا يعكس عدم إدراكها للمفاهيم بعمق وقدرة على التطبيق على المفهوم. وعند سؤالها هل هناك خطأ في الرسمة أجابت بعدم معرفتها "*مش عارفة*".

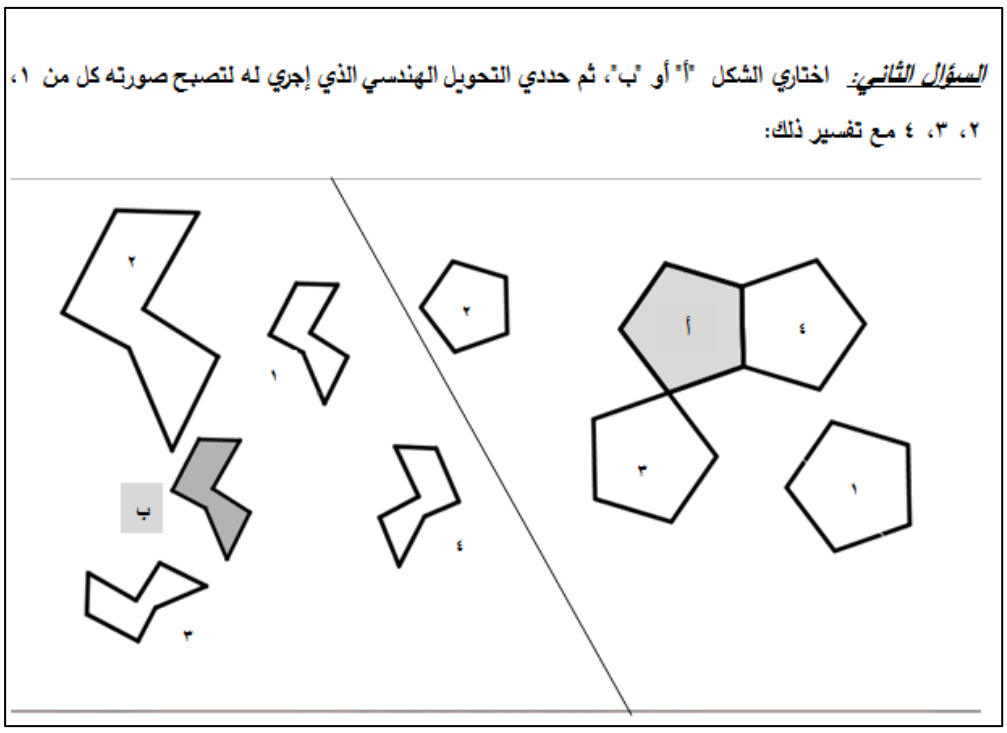
أما الطالبة ذات التحصيل المنخفض فهي لم تحدد محور ولكن اكتفت بقلب الشكل كما تخيلته حول السينات متجاهلة القواعد والتعميمات وكذلك محور الانعكاس ص=−2، ثم رسمته على انه انسحاب كما يوضح الشكل أعلاه (المثلث المرسوم بالأسود)، وعند لفت انتباهها بأن الانعكاس كصورة في المرآة يجب أن ينقلب رسمت الشكل باللون الزهري كما يتضح.

يمكن تلخيص نتائج هذا المحور بأن معرفة طالبات المجموعة التجريبية بمفاهيم التحويلات الهندسية كان أكثر عمقاً من طالبات المجموعة الضابطة، واقدر على التطبيق عليها بشكل صحيح، وهذا ما قد تعكسه أيضاً قدرتهن على تفسير هذه الإجراءات بشكل واضح وسلس إلى حد ما، فهنّ قادرات على تحديد المعطى والمطلوب والقيام بالإجراء المناسب من خلال خطوات واضحة ومتسلسلة للتوصل للمطلوب بطريقة منطقية مع إعطاء مبررات واضحة لهذاه الإجراءات بالاعتماد على التعميمات والنظريات بصور متفاوتة، وتبين أيضاً قدرتهن على الحكم على صحة الصورة العامة واكتشاف الأخطاء من الصورة الناتجة عن التحويل وهذا ما

ظهر بشكل ضعيف في المجموعة الضابطة. ويعود ذلك لما تعرضت له طالبات المجموعة التجريبية من تمثيلات متعددة ساعدت في تعميق المفاهيم لديهن.

المحور الثاني: الاستدلال على التحويلات الهندسية وتفسيرها:

في هذا المحور كان الهدف الاستدلال على التحويل الهندسي بمعنى التمييز بين التحويلات الهندسية التي تم إجراؤها لشكل معين من خلال الصور المعطاة مع تبرير ذلك. وهذا تمثل في السؤال الثاني في المقابلة والذي تطلب اختيار أحد الشكلين المعطيين في الشكل المرفق كما يوضحه الشكل (4 . 5)، ثم ذكر التحويل الهندسي الذي أجري للشكل "أ" أو "ب" ليصبح الأشكال 1، 2، 3، و4 كلٌ على حدا، مع توضيح سبب ذكرهنّ لهذا التحويل وعدم احتمالية كونه تحويلاً آخر.



الشكل (4 . 5)

السؤال الثاني من المقابلة المرتبطة في فحص آليات تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم في التحويلات الهندسية

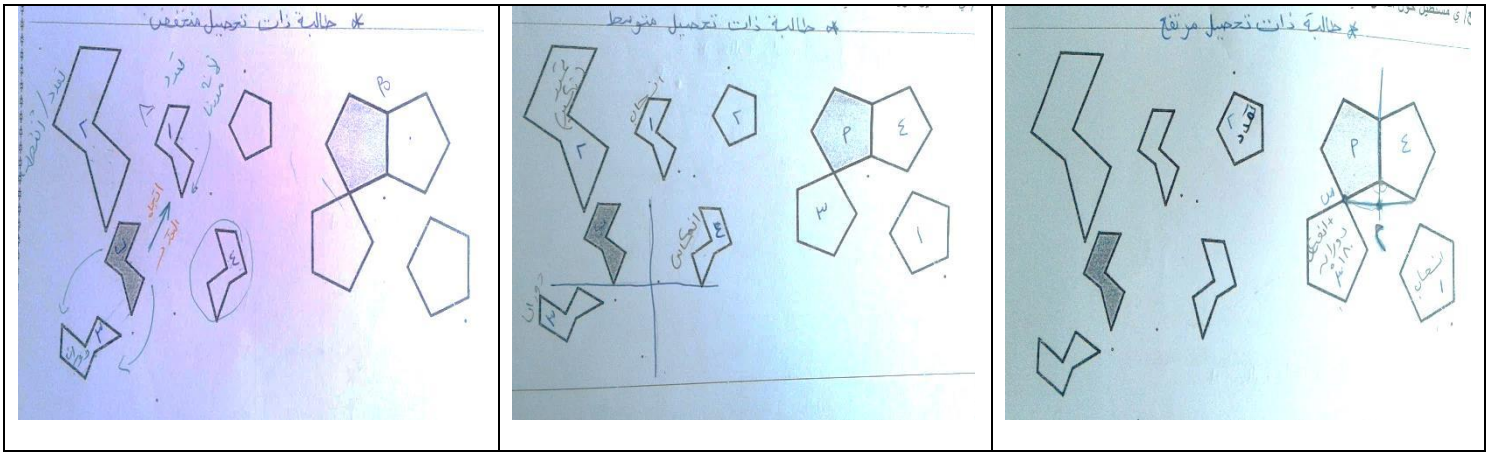
فبالنسبة للشكل "أ" فقد تعدد الإجابات في كلا المجموعتين التجريبية والضابطة على نوع التحويل الهندسي الذي أجري للشكل "أ" ليصبح أحد الأشكال المحيطة به. فالمجموعة الضابطة رأت أن الشكل 1 يمكن أن يكون تمدداً ويمكن أن يكون انسحاباً للشكل 1، والشكل 2 تمدداً وانسحاباً، والشكل 3 دوراناً و انعكاساً وانسحاباً، بينما الشكل 4 تنوعت الإجابات لتشمل التحويلات الهندسية الأربعة. أما إجابات المجموعة التجريبية فكانت محصورة أكثر وأقرب للإجابة الصحيحة، فهن أقرب للتخيل كما اتضح في السؤال السابق. فقد كانت إجاباتهم بأن الشكل 1 هو انسحاباً أو دوراناً في بعض الحالات القليلة، الشكل 2 هو فقط تمدداً، الشكل 3 هو دوراناً وانعكاساً معاً، أما الشكل 4 فهو انعكاساً ودوراناً (وهن ثلاث طالبات فقط من ذكرن أنه دوران حول نقطة خارج الشكل للشكل "أ". وبشكل عام كان هناك أربعة طالبات من المجموعة الضابطة واثنتان من المجموعة التجريبية لم يستطعن تحديد بعض التحويلات خاصة المتعلقة بالدوران ووصفها على أنها انعكاس أو انسحاب أو اكتفائهن بقول لا أعرف "*مش عارفة*".

وفيما يتعلق بتبريرات وتفسيرات الطالبات لسبب اختيارهن هذه التحويلات للأشكال المعطاة فقد تنوعت. فمنهنّ من كنّ يصفن التحويل أو آليته بالإشارة بأيديهن مثل "*لف هيك*" أو "*بنعكس هيك*"... وقد لوحظت بشكل متقارب في المجموعتين حيث كنّ سبعة من المجموعة الضابطة وثمانية طالبات من المجموعة التجريبية الآتي فسرن بهذه الطريقة، وكنّ من الطالبات مرتفعات ومتدنيات التحصيل أكثر من متوسطات التحصيل. وأخريات فسرنّ ذلك من خلال التعريف أو الخصائص مثلاً كون الشكلين متشابهين وغير متطابقين فهذا يعني أنه تمدد، وهذا

ظهر بشكل كبير لدى طالبات المجموعة التجريبية وبلغ عددهن تسع طالبات، بينما كان بشكل قليل في المجموعة الضابطة حيث كنّ ثلاث طالبات، وتوزعت الطالبات التي ذكرن هذا التفسير في مستواهن التحصيلي ولكن بشكل قليل لدى طالبات المستوى المنخفض.

وهناك من اعتمدن على تفسيرات غير رسمية مثل *أنه هذا زي هذا* ....." وقد كانت متقاربة بين المجموعتين بحيث ظهرت بين ما يقارب سبعة طالبات من كل مجموعة. وهناك من لم يستطعن تفسير إجاباتهن، وقد ظهر بشكل قليل جداً في المجموعة التجريبية لبعض الأشكال فقط وفي تفسيرهن لدوران حيث بلغ عددهنّ ثلاثة، مقارنة بالمجموعة الضابطة التي ظهرت بشكل أكثر بإعطاء تبرير غير واضح وغير مرتبط بالإجابة أو عدم إعطاء تبرير وعلى كافة التحويلات حيث بلغ عددهن ستة طالبات.

أما بالنسبة للشكل "ب" فقد اجمعت طالبات المجموعة التجريبية والضابطة على أن الشكل 1 هو انسحاب، الشكل 2 هو تمدد، الشكل 3 هو دوران، والشكل 4 هو انعكاس للشكل "ب". ولكن كان الاختلاف في قدرتهن على تبرير استدلالهنّ على هذه التحويلات كما ظهر في الشكل "أ" بتنوع هذه التفسيرات. ويظهر الشكل (4 . 6) بعض رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الثاني من المقابلة لثلاث طالبات من ثلاثة مستويات مختلفة.



الشكل (4 . 6)

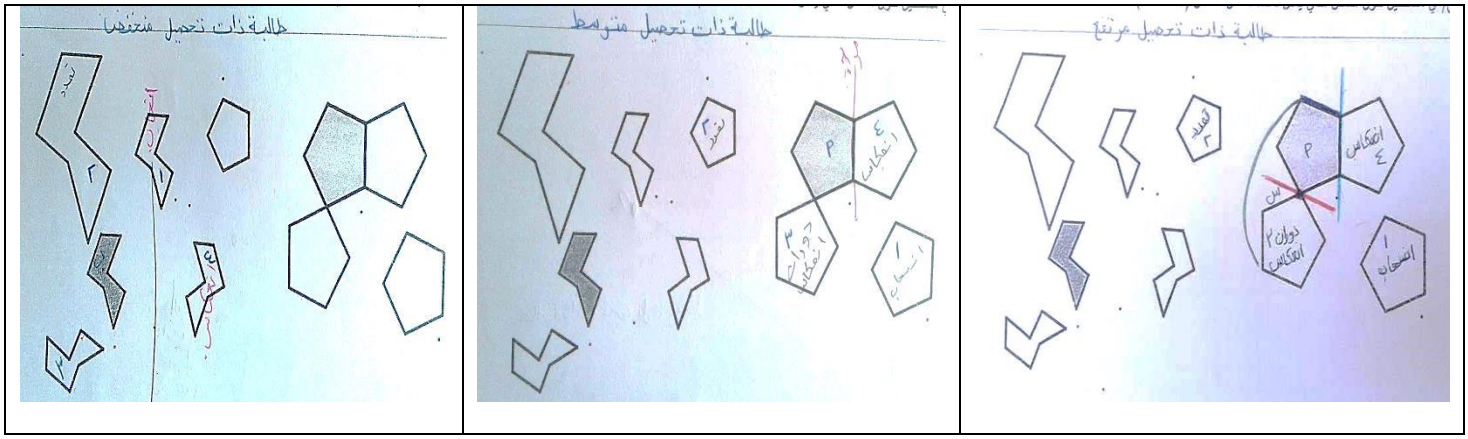
رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الثاني في المقابلة

يتضح في الشكل أعلاه أن الطالبة ذات التحصيل المرتفع بينت بالكتابة أنواع التحويلات التي أجريت للشكل المظلل ليصبح كل من الأشكال المحيطة به، فقد بينت أن الشكل "1" هو انسحاب للشكل المظلل "أ" وفسرت ذلك بقولها "*هلا هذا (الشكل أ) راسه هون فوق، وهذا (الشكل 1) راسه لفوق فهو انسحاب للغرب وبعدين للجنوب وهو انسحاب لانه بس تغير مكانه وحافظ ع صفة التطابق*"، أما الشكل "2" فهو تمدد تصغير مبررةً " *لأنه صغر والتمدد هو تصغير أو تكبير*"، والشكل "3" فهو انعكاس " *لأنه الشكل انقلب لتحت هيك (إشارة باليد)*"، وأيضاً هو دوران حول النقطة "س" "*لأنه لف هيك حول هاي النقطة (س) (مع الإشارة باليد)*"، والشكل "4" "*أول اشي هو انعكاس حول الخط هذا (باللون الأزرق) لأنه انقلب حوله، ثاني اشي هو دوران بس عنقطة برا*" وعند طلب تحديد تلك النقطة تخيلتها أنها النقطة "م" كشكل تقريبي بحيث يكون البعد متساوي للنقطة وصورتها عن مركز الدوران. ويتضح أن الطالبة تعتمد على بنى معرفية وصور ذهنية تمتلكها من خلال التعلم وتعتمد عليها في التبرير.

بينما أحد الطالبات ذات التحصيل المتوسط والتي تتضح إجابتها بالصورة التي بالمنتصف في الشكل أعلاه والتي اختارت الشكل "ب" فقد بينت أن الشكل "1" يمثل انسحاباً مبررةً " *لأنه ما تغير الشكل بس تحرك*"، أما الشكل "2" فهو تمدد "*لأنه كبرنا الشكل وضلت الزوايا متساوية والأضلاع متناسبة*"، والشكل "3" دوران "*لأنه اذا حطينا محور هيك (بالأزرق) بكون الشكل مختلف حوله فهو مش انعكاس حول محور فهو دوران*"، والشكل "4" انعكاس "*لأنه مشقلب*. يبدو أن الطالبة اعتمدت على الدمج بين التعميمات والمفاهيم التي تعلمتها وبين بعض الصور الذهنية لطبيعة هذه المفاهيم من حيث شكلها العام.

أما الطالبة ذات التحصيل المنخفض فاعتمدت بشكل كامل على الصور الذهنية للشكل العام للتحويلات الهندسية في تبريراتها. فبعد اختيارها للشكل "ب" أوضحت أن الشكل "1" هو يمكن أن يكون تمدد معامله واحد "*هو يمكن تمدد مش عارفة*"، كما يتضح في الشكل أعلاه فهي تشير بالسهم إلى آلية التمدد، ولكن تمدده واحد لأن الأبعاد لم تتغير، والشكل "2" هو تمدد أيضاً "*لأنه زي الأنشطة الي أخدناها الشكل بكبر في التمدد*"، الشكل "3" دوران "*لأنه بلف هيك*" مع الإشارة بالأسهم بإمكانية الدوران بكلا الاتجاهين مع أو عكس عقارب الساعة وهي الوحيدة بين المجموعتين التي ذكرت هذه الملاحظة. أما الشكل "4" فلم تستطع تخيل ما يمكن أن يكون.

كما ويوضح الشكل (4 . 7) بعض رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الثاني من المقابلة لثلاث طالبات من ثلاثة مستويات مختلفة أيضاً.



الشكل (4 . 7)

رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الثاني في المقابلة

يتضح في الشكل أعلاه أن الطالبة ذات التحصيل المرتفع بينت بالكتابة أنواع التحويلات التي أجريت للشكل المظلل ليصبح كل من الأشكال المحيطة به، فقد بينت أن الشكل "1" هو انسحاب للشكل المظلل "أ" وفسرت ذلك بقولها *"لأنه هيك نزل وبعدين اجى هيك"* مشيرة لذلك بالقلم، أما الشكل "2" فهو تمدد تصغير مبررةً " *لأنه تقلص*"، والشكل "3" هو انعكاس " *لأنه جاي هيك لافف*" مع الإشارة بيدها لطريقة دورانه، وعند سؤالها هل ممكن أن يكون انسحاباً أجابت " *لا ما بزبط لانه اذا سحبناه راح تطلع هاي القطعة المستقيمة الي فوق (بالأزرق) في الشكل "أ" فوق النقطة "س" فمش راح ينطبقوا عبعض*". والشكل "4" هو انعكاس مبينة "*هذا انعكاس مبينة هيك هي المحور (رسمته بين الشكل "4" والشكل "أ" كما يتضح)*" وأنه لا يمكن ان يكون انسحاباً " *لأنه مايل*"، وعند سؤالها هل يمكن أن يكون دوراناً؟ اجابت بالرفض. ويتضح أن الطالبة تمتلك صور ذهنية خاصة بها حول التحويلات الهندسية وتبررها بتفسيرات لفظية غير رسمية توضح الآلية والمفهوم العام بعيدة عن المفهوم الرياضي الرسمي.

بينما الطالبة ذات التحصيل المتوسط والتي تتضح إجابتها بالصورة التي بالمنتصف في الشكل أعلاه والتي اختارت الشكل "أ" أيضاً فقد بينت أن الشكل "1" يمثل انسحاباً مع عدم قدرتها على التبرير، أما الشكل "2" فهو تمدد *" لأنه تغير حجمه صار أصغر"*، والشكل "3" دوران وانعكاس *" لأنه النقطه وصورتها قبال بعض وهيك"* مع عدم توضيحها للإجابة بالرغم من سؤالها فأجابت بعدم المعرفة بالضبط، والشكل "4" انعكاس *"لأنه صورته بالمرآة"* وقد رسمت المرآة باللون الزهري كما يوضح الشكل أعلاه.

أما الطالبة ذات التحصيل المنخفض والتي اختارت الشكل "ب" اعتمدت على المعرفة العامة حول المفهوم مثلاً أن الانسحاب هو تغير مكان الشكل دون أخذ الخصائص بعين الاعتبار عند تبرير الإجابة. فبعد اختيارها للشكل "ب" أوضحت أن الشكل "1" هو انسحاباً *"لأنه تغير مكانه بس"*، والشكل "2" هو تمدد أيضاً *"لأنه بكبر أو بصغر حسب التعريف"*، الشكل "3" دوران " *مش عارفة شو"*، أما الشكل "4" *"انعكاس زي لمرآي بتنقلب حولين الخط (مرسوم بالرصاص)"*.

يمكن تلخيص نتائج هذا المحور بأن طالبات المجموعة التجريبية أقرب إلى الاستدلال على التحويلات الهندسية بشكل واضح، بينما طالبات المجموعة الضابطة كن يتحيرنّ بين أكثر من تحويل للصورة ذاتها. فقد كنّ يستدللن على التحويل الهندسي إما من خلال النظر بمقارنتها بالصورة الذهنية لديهنّ حول تحويل هندسي للحكم على نوع التحويل وتفسير سبب ذلك بأن شكل تحويل هندسي محدد يكون بهذه الصورة، أو تحديد نوع تحويل هندسي من خلال تطبيق قواعد المستوى الديكارتي للتحويل ومقارنة النقطة مع صورتها لمعرفة ما التغير الذي حدث

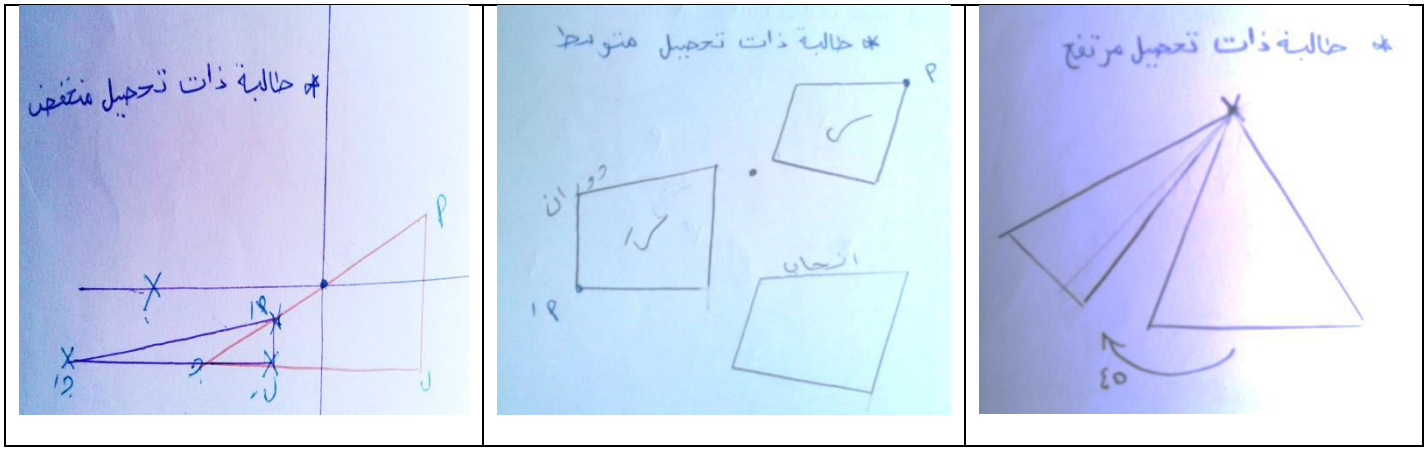
للنقطة لتحديد نوع التحويل الهندسي، أو من خلال خصائص التحويل وذلك بتطبيق الخصائص اللآتي يعرفنها عن التحويلات بشكل عام على الشكل المعطى ليتمكن من تحديد نوع التحويل الهندسي وتفسير ذلك من خلال التعريفات والخصائص. وقد كانت قدرة طالبات المجموعة التجريبية على تبرير استدلالاتهن حول التحويلات الهندسية أكثر وضوحاً في المستويات الثلاثة بينما ظهر ذلك مع الطالبات مرتفعات التحصيل فقط في المجموعة الضابطة.

المحور الثالث: الصور الذهنية والبنى المعرفية حول مفاهيم التحويلات الهندسية:

في هذا المحور كان الهدف استكشاف مدى امتلاك الطالبات لصور ذهنية وبنى معرفية حول مفاهيم التحويلات الهندسية. بمعنى مدى قدرة تخيلهن للتحويل الهندسي دون استخدام القواعد والإحداثيات والمعارف المجردة وقدرتهن على تبريرها بناء على بناهم المعرفية. وهذا تمثل في السؤال الثالث من المقابلة والذي اقتضى على الطالبات رسم أي شكل هندسي دون استخدام الأدوات الهندسية أو باستخدامها، ثم تحديد نقطة في أي مكان حول أو داخل أو على الشكل. ثم إجراء دوران حول تلك النقطة بأي اتجاه وبأي زاوية يرغبن به. ثم عليهن توضيح الاتجاه وومقدار الزاوية بالتقدير وكذلك توضيح سبب رسمهن صورة الشكل بعد الدوران بهذا الشكل.

وقد تنوعت أماكن اختيار النقطة بين داخل وخارج وعلى محيط الشكل. ولكن كان من المثير للدهشة بأن طالبة واحدة فقط من أصل عشرة طالبات من المجموعة الضابطة وذات مستوى تحصيلي مرتفع من استطاعت تخيل دوران الشكل بشكل دقيق بمعنى أخذ جميع العناصر

وخصائص الدوران بعين الاعتبار كمركز الدوران، والأبعاد، والتطابق. بالمقابل هناك ست طالبات من مستويات التحصيل المتوسط فأعلى قمن في ذلك بالمجموعة التجريبية، وهذا يعكس القدرة على التخيل ووجود بنى ذهنية ومعرفية كافية لذلك. بينما الأخريات بعضهن أخذن بعض عناصر الدوران أثناء إجراء التحويل وقد كن خمسة من المجموعة الضابطة وثلاثة في التجريبية. ومنهن من لم يستطعن التخيل بشكل نهائي واكتفين بقول "*مش عارفة*"، أما من لم يستطعن التخيل نهائياً وهنّ طالبة من المجموعة التجريبية وأربعة من المجموعة الضابطة وكن من مستويات التحصيل المتوسط فما دون. ويظهر الشكل (4 . 8) بعض رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الثالث من المقابلة لثلاث طالبات من ثلاثة مستويات مختلفة.



الشكل (4 . 8)

رسومات طالبات المجموعة التجريبية للسؤال الثالث في المقابلة

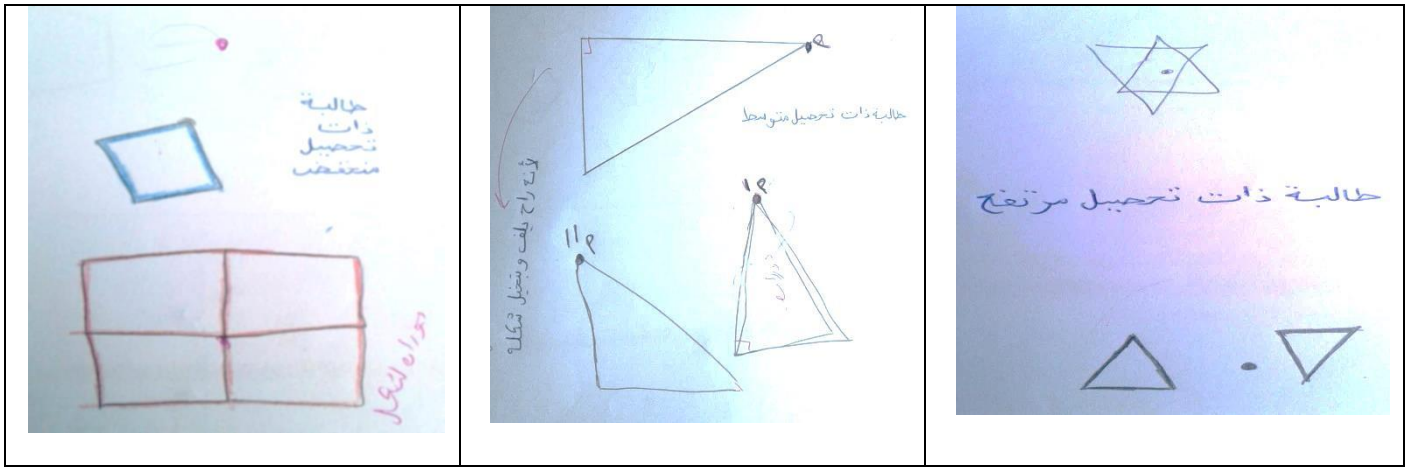
يتضح في الشكل أعلاه أن الطالبة ذات التحصيل المرتفع رسمت مثلثاً وحددت مركز الدوران على أحد رؤوسه، ثم أجرت الدوران بزاوية 45° مع عقارب الساعة ووضحت "*لف هيك تقريباً هيك الزاوية بس الحجم مش نفسه لأنو لازم يكونوا زي بعض بالزبط*" فبرغم من استخدامها

كلمة حجم بتعبير عن المساحة ولكن كانت تمتلك تخيل صحيحاً لصورة الشكل بعد الدوران وتفسيراً يعتمد على بنى معرفية صحيحة.

بينما الطالبة ذات التحصيل المتوسط فقد رسمت في البداية الشكل الذي كتبت عليه انسحاباً وعند سؤالها إذا كان هذا يمثل دوراناً للشكل الرباعي "س" قالت " *لا هذا انسحاب لأنه الدوران لازم يلف*"، ثم رسمته بصورة جديدة ليكون الشكل "سَ" وعبرت " *هيك بس راح يكون مشقلب يعني "أ" بتسير "أ" بس هذا الي طلع معاي زي الانسحاب*" ، هذا يبين أن الطالبة تمتلك صورة ذهنية ومعرفية لكنها غير قادرة على الربط بينها لرسم صورة واضحة تمثل هذه الصور والبنى الذهنية.

أما الطالبة ذات التحصيل المنخفض فقد حاولت استذكار القواعد بعيداً عن الصور الذهنية، ولكنها تحاول استرجاع البنى المعرفية، فمثلاً كما يوضح الشكل أعلاه تحاول هذه الطالبة أن تجعل الزاوية بين النقطة "أ" وصورتها "أَ" على خط مستقيم واحد محاولة الحفاظ على خاصية أن تكون الزاوية بينهم 180 °، وكذلك بالنسبة لباقي النقاط، ومع محاولتها لاستخدام المنقلة كآلية تعلمتها ولكنها لم تفلح. فهي ربما تمتلك بنى معرفية غير كاملة، وعدم وجود ترابط كافي بين البنى المعرفية والصور الذهنية لديها.

كما ويوضح الشكل (4 . 9) بعض رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الثالث من المقابلة لثلاث طالبات من ثلاثة مستويات مختلفة أيضاً.



الشكل (4 . 9)

رسومات طالبات المجموعة الضابطة للسؤال الثالث في المقابلة

يتضح في الشكل أعلاه أن الطالبة ذات التحصيل المرتفع رسمت مثلثاً وحددت مركز الدوران مرة داخل المثلث ومرة أخرى خارج المثلث، وفي المرتين استطاعت رسم الدوران بشكل صحيح، وهي نفس الطالبة التي ادعت بأنها تبني قواعدها بذاتها في السؤال حل المشكلات المتعلقة بالتحويلات الهندسية، وفسرت *" أنو الدوران 180° سهل لانو جزء من الانعكاس بس مقلوب بس زوايا ثانية صعب"*. وهذا يعكس قدرتها على التخيل بطريقة صحيحة لأنها تمتلك صورة ذهنية قد بنتها على بنى معرفية محددة، ولكنها لم تعمم هذه الصورة لحالات أخرى كالدوران بزاوية 45°.

أما الطالبة ذات التحصيل المتوسط فقد رسمت مثلثاً وأخذت مركز الدوران على أحد رؤوس المثلث واسمته "أ" وعبرت عن صورتها ب "أَ" في الشكل أعلاه، مشيرة أنه *" بتلف هيك لتحت فبتخيل شكلها هيك زي ما رسمتها"* وعند سؤالها عن سبب بعد "أ" عن "أَ" هذه المسافة رسمت

مثلث آخر وعبرت عنها ب "أً" وقالت ربما هذه أقرب ولم توضح السبب. وهذا يوضح أن قدرتها على التخيل محصورة ببعد واحد وهو دوران الشكل دون أخذ خصائص الدوران الأخرى بعين الاعتبار كالأبعاد ومركز الدوران والبعد عنه.

أما الطالبة ذات التحصيل المنخفض فقد رسمت مربعاً وحددت نقطة على أحد رؤوسه، ثم رسمت ثلاثة مربعات معه لتكمل لفة كاملة حول النقطة، معبرةً أن هذا دوران *"مهو بلف حولين النقطة الي بالنص"* وعندما طلب منها رسم دوران للمربع حول نقطة خارجه كما يوضحه الجزء الأعلى من الصورة ذاتها في الشكل أعلاه، قالت بأنها ستعطي نفس الشكل الذي رسمته بالبداية. وقد عممت الطالبة هذه الاستراتيجية بناء على نشاط وضحت فيه المعلمة كيفية الدوران بشكل علم. وهذا يظهر تخيل بسيط مع عدم كون هذه الصورة الذهنية مبنية على بنى معرفية صحيحة.

ويمكن القول بشكل عام حول نتائج السؤال الفرعي الثاني للدراسة بأن توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم تعمق البنى المعرفية والذهنية لدى لمتعلمين، مما يكسبهم قدرة على تفسير إجراءاتهم وتبريرها بشكل جيد، بالإضافة إلى تنمية مهارات التفكير العليا لديهم وقدرتهم على التفكير في منطقية إجاباتهم. وهذا ما أوضحته نتائج المحور الثاني " الاستدلال على التحويلات الهندسية وتفسيرها " والثالث " الصور الذهنية والبنى المعرفية حول مفاهيم التحويلات الهندسية". ولكن لم يكن هناك فرق واضح في المحور الأول " معرفة التحويلات الهندسية وإجراء تطبيقات عليها وتفسيرها" فلم يكن هناك فرق واضح بين المجموعتين إلا في تبرير إجراءات التطبيق التي يتبعونها وقدرتهم على إعطاء حجج منطقية لها وتفسيرها، فقد

كانت قدرت طالبات المجموعة التجريبية في كافة المستويات أكثر عمقاً وأوضح وأكثر صحة منها في المجموعة الضابطة.

4:4 ملخص الفصل

يمكن تلخيص نتائج الدراسة بظهور أثر إيجابي لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية يكمن في رفع مستوى تحصيل المتعلمين، وتطوير الجانب المعرفي ومهارات التفكير العليا لدى المتعلمين مقارنة مع التعلم بالطريقة التقليدية التي تركز على الجانب التطبيقي في التعليم كما يعرضها الكتاب المدرسي. كما أن توظيف التمثيلات المتعددة يحافظ على مستوى التطبيق على المفاهيم المعروضة أثناء التعلم.

كما ظهر من نتائج الدراسة أن توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم تعمق البنى الذهنية للمتعلمين، مما يكسبهم قدرة على تفسير إجراءاتهم وتبريرها بشكل جيد، بالإضافة إلى تنمية مهارات التفكير العليا لديهم وقدرتهم على التفكير في منطقية إجاباتهم. ولكن لم يكن هناك فرق واضح بين المجموعتين في إجراء تطبيقات على التحويلات الهندسية، إلا في تبرير إجراءات التطبيق التي يتبعونها وإعطاء حجج منطقية لها.

الفصل التالي يناقش هذه النتائج بالاعتماد على الإطار النظري وبربطها مع الأدبيات التي تم مراجعتها ثم يخرج ببعض التوصيات المنبثقة من نتائج الدراسة لدراسات مستقبلية وأخرى لصناع السياسات.

الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات

1:5 مقدمة

هدفت هذه الدراسة إلى استكشاف أثر تدريس وحدة التحويلات الهندسية للصف التاسع المطورة بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" على تحصيل المتعلمين في مادة التحويلات الهندسية، بالإضافة إلى استكشاف أثرها في تطوير قدرة المتعلمين على تفسير الإجراءات التي يتبعونها وتبريرها. وقد انبثق من هذا الهدف سؤالي الدراسة:

1) ما مدى اختلاف تحصيل المتعلمين الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة والذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي؟
2) ما أثر تعليم وحدة التحويلات الهندسية المطورة على تفسيرات المتعلمين لإجراءتهم في التحويلات الهندسية؟

لتحقيق هذه الأهداف وللإجابة عن أسئلة الدراسة، تم جمع البيانات. حيث تم تصميم وحدة التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش" شملت مفاهيم وأمثلة وأنشطة، وذلك بعد تحليل وحدة التحويلات الهندسية ورصد التمثيلات فيها ثم تطويرها، مع الأخذ بعين الاعتبار الإطار النظري وما توصلت إليها الدراسات من نتائج حول توظيف هذه التمثيلات وآلية توظيفها. بالإضافة إلى تصميم اختبار تحصيلي، ومقابلات شبه منظمة.

وبعد الانتهاء من تدريس الوحدة لكلتا المجموعتين تعرض المتعلمين للاختبار التحصيلي والذي يقيس معرفة المتعلمين في التحويلات الهندسية وقدرتهم على التطبيق عليها واكتساب

مهارات عليا حول مفاهيم الوحدة. وقد تم تحليل نتائج الاختبار كمياً من خلال البرنامج الإحصائي SPSS وذلك بإيجاد المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية وإجراء الاختبارات الإحصائية اللازمة. بالإضافة إلى إجراء مقابلات فردية مع مجموعة من المتعلمين للكشف عن إجراءاتهم أثناء قيامهم بالتحويلات الهندسية وتفسيراتهم لها. والتي حللت بطريقة كيفية حيث تم تحليل البيانات الكيفية باستخدام منهج التحليل الموضوعي "Thematic Analysis" من أجل وصف تفسيرات المتعلمين وتبريراتهم لإجراءاتهم التي يتبعونها في حل المشكلات والأسئلة المتعلقة بالتحويلات الهندسية خلال المقابلات.

وأظهرت نتائج التحليل الاختبار التحصيلي أن هناك أثر لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية على التحصيل الدراسي. حيث أظهر الاختبار الإحصائي ت للعينات المستقلة فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية. بالإضافة إلى أنه يطور الجانب المعرفي والمهارات فوق الذهنية لدى المتعلمين والذي ينعكس بالضرورة على تحصيلهم الدراسي بشكل إيجابي. بينما لم يكن هناك أثر واضح للتمثيلات المتعددة على تطوير مهارات التطبيق على مفاهيم التحويلات الهندسية.

أما فيما يتعلق بأثر التمثيلات المتعددة على إجراءات المتعلمين في التعامل مع المهام المتعلقة بالتحويلات الهندسية وتفسيراتهم لتلك الإجراءات فقد أوضحت النتائج أن التمثيلات المتعددة تطور البنى المعرفية لدى المتعلمين بشكل سليم ومترابط نسبياً حيث يستطيع المتعلم الانتقال بين التمثيلات المتعددة بمرونة، وهذا ما يكسبهم القدرة على تفسير إجراءاتهم. وكذلك تنمي مهارات التفكير العليا لديهم بحيث يستطيعون التفكير بإجراءاتهم وتفسيرها بصورة منطقية.

وفي ظل النتائج التي تم التوصل إليها يتم في الجزء التالي مناقشة هذه النتائج ضمن محورين رئيسيين كما يأتي:

1) الفروق الحاصلة على تحصيل المتعلمين في كلا المجموعتين.
2) الفروق في تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم في كلا المجموعتين.

2:5 الفروق الحاصلة على تحصيل المتعلمين في كلا المجموعتين

أظهرت النتائج وجود فروق في التحصيل بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة. حيث كان متوسط تحصيل المجموعة التجريبية 30.6 ومتوسط تحصيل المجموعة الضابطة البالغ 24.9، لصالح المجموعة التجريبية. وللتأكد إذا كان هذا الأثر يعود لمتغير طريقة التدريس تم إجراء الاختبار الإحصائي ت للعينات المستقلة، وأوضحت نتائج الاختبار أن مستوى الدلالة $0.005 = \alpha > 0.05$، وهذا يعني أن هناك فروقاً ذات دلالة إحصائية بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة بناء، وبين متوسطات علامات المجموعة الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب يعود للتمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش"، بمعنى أن هناك أثر ايجابي لتوظيف التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية حيث أنه يزيد من تحصيل المتعلمين.

وأوضحت النتائج أن توظيف التمثيلات المتعددة بما شملته من تمثيلات حياتية، لفظية، رمزية، نماذج ومجسمات، وتمثيلات صورية كان لها أثر إيجابي على تحصيل المتعلمين.

حيث تعرض المتعلمين لنصوص على شكل قصة أو قضية مثيرة للنقاش حول مفاهيم التحويلات الهندسية الرئيسية كالانعكاس مثلاً وتحمل في طياتها مواقف حياتية وصور ذهنية لذلك المفهوم، وتمت مناقشة هذه النصوص لفظياً والتعبير عنها بلغة غير رسمية ومن حديث الطالبات. ثم تم الانتقال لتمثيل محسوس حول المفهوم أو نشاط محدد الخطوات لاستكشاف المفهوم وأبعاده وخصائصه والتعبير عن هذه الخصائص بشكل لفظي ثم رمزي. ومن التمثيل الحسي ننتقل إلى التطبيق على الحاسوب والذي يمثل تمثيلاً بين الصوري والحسي بحسب "لش"، حيث أنه يمكن الطالب من تحريك الأشكال والتعامل مع أجزائها بمرونة من خلال الفأرة كأنه يتعامل معها يدوياً بيده. ثم التوصل إلى قواعد رمزية من خلال اكتشاف موجه يشمل جداول وتوجيهات ورسومات. وبعدها كان يتم الانتقال لتوظيف هذه المفاهيم والخبرات التي تم اكتسابها من خلال التمثيلات المتعددة في حل تمارين ومسائل وتدريبات ضمن مستويات معرفية مختلفة ومتطلبات مختلفة بعضها تتطلب القيام بمهام محسوسة. وهذا ما لم تتعرض له المجموعة الضابطة إلا من بعض الأنشطة التي كانت تتطلب القيام برسومات والتلوين والقص وطي الورق في بعض الأحيان، وتم الاكتفاء بتمارين الكتاب التي غالباً ما بنيت على تمثيلات رمزية مجردة.

يمكن تفسير هذا الأثر الإيجابي بالاستناد إلى نظرية برونر الذي يرى أن التعلم هو عملية حيوية نشطة، بكون التعلم من خلال الممارسة والاكتشاف تساعد المتعلم على اكتساب المفاهيم وتطور قدرته على معالجة المعلومات التي حصل عليها وتنظيمها في بنى معرفية سليمة، فالمتعلم يطور مفاهيمه ويجددها ويزيدها عمقاً من خلال التعلم بالاكتشاف والممارسة

(Bruner, 1966)، وهذا ما عكسته النشاطات الحسية والرياضية التي تم توظيفها في الوحدة التعليمية المطورة. فالمتعلم لا يمكنه القيام بالتمثيلات الرمزية ما لم يتعرض لخبرات حسية وصورية (Xistouri & Pitta-pantuzi, 2010؛ Moinet & Serre, 2014؛ Ardahan & Yazlik, 2012؛ Wu, Krajcik & Solowaym 2000 1965).

يبدو أن معايير تعليم التحويلات الهندسية التي وضعها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) تستند إلى تجارب وخبرات، فقد دعت إلى ضرورة استخدام التمثيلات لمساعدة المتعلمين في فهم التحويلات الهندسية الأربعة (الانعكاس، الدوران، التمدد، والانسحاب) وكيفية إجرائها، وهذا ما أكدت عليه نتيجة الدراسة حيث أن استخدام التمثيلات المتعددة في تعليم التحويلات الهندسية تجعل التعلم أكثر عمقاً وذو معنى (NCTM, 2000).

في ضوء نظرية "لش" للتمثيلات الرياضية الخارجية فإن تعليم التحويلات الهندسية بتوظيف تمثيلات متعددة توفر خبرات متنوعة للمتعلمين وتكسبهم فهماً عميقاً، فيكونوا أكثر دراية بالمفاهيم ومكوناتها ويستطيعون التعامل معها وتوظيفها بمرونة أكثر والتنقل بينها بمرونة، واختيار التمثيل والاستراتيجية المناسبة للمشكلة المطروحة. وهذا ينعكس بالضرورة على تحسين قدرتهم في حل المشكلات وبالتالي زيادة تحصيلهم (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003; Kidder, 1976؛ Bansilal & Naidoo, 2012؛ Jitendra & others, 2016؛ Cope, 2015).

أما في ضوء الدراسات التي تمت مراجعتها وعلاقتها بالنتائج فلم يكن هناك دراسات (في حدود الدراسات التي تم مراجعتها) بحثت في أثر توظيف التمثيلات المتعددة على تحصيل المتعلمين. ولكن هناك العديد من الدراسات التي اتبعت المنهج الكيفي ووجدت أن توظيف التمثيلات المتعددة كالبرامج الحاسوبية والخبرات الصورية وغيرها تطور القدرات المكانية والتصورات الذهنية والبنى المعرفية للمتعلمين كدراسة "اوليكن" وآخرين(Olkun et.al, 2007) والتي أوضحت أيضاً أن توظيف التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات والتحويلات الهندسية أثراً ايجابي على فهم مفاهيم التحويلات الهندسية بشكل عميق من قبل المتعلمين وليس فقط معرفة سطحية عديمة المعنى (Smith, Olkun, Gervetson, Erdem & Johnson, 2007). وغيرها العديد من الدراسات التي تم مراجعتها التي توافقها في هذا الجانب.

في سياق متصل توضح دراسة "كراكوس" و"بيكير" (Karakus & Peker, 2015) أن توظيف التمثيلات المتعددة والبرامج الحاسوبية مثالاً أثر على تعليم التمثيلات المتعددة، حيث أنها استراتيجية تعليم ناجحة حيث أظهرت النتائج الأثر الإيجابي لصالح المجموعة التجريبية. فما لم يتعرض المتعلم لمعرفة حسية وبصرية لا يمكنه الوصول لمراحل التفكير الاستقرائي والاستنتاجي. وهذا ما لم تعرضه الكتب الدراسية الفلسطينية المقررة بشكل عام، فهي لا تتطرق لتمثيلات وخبرات متنوعة، ولكنها غالباً ما تحتوي على مفاهيم ونظريات ومعارف وتطبيق عليها ضمن سياقات تجريدية، فمثلاً في منهاج الرياضيات للصف التاسع والذي تم تحليل جزء منه كمنهاج فلسطيني مقرر تبين أنه يعرض النظريات والمفاهيم مع عرض أمثلة وتمارين مجردة غالباً لتطبيق عليها، فبالرغم من أهمية هذا الجانب في تعلم المفاهيم، ولكنه غير كافٍ، فهي لا

تعرض تمثيلات محسوسة وتجارب عملية على المفاهيم، وتكتفي بالعرض المجرد لها بالاستناد إلى مبدأ الممارسة والمران مع بعض الصور التوضيحية المجردة، فهي غير كافية لإحداث تعلم نشط وفعال، وهذا ما تعرضه العديد من المناهج في كثير من دول العالم (Karakirik & Durmus, 2005؛ Roschelle & others, 2000; Kynigos, 1993، Ruthven, Hennessy & Deaney, 2007).

أما الجانب الآخر المتعلق بأثر التمثيلات المتعددة على المستويات الذهنية، فقد أوضحت النتائج أن علامات المتعلمين في المجموعة التجريبية لجميع الأسئلة في المستويات الذهنية الثلاثة (المعرفة، التطبيق، والاستدلال) أعلى منها في المجموعة التجريبية. مثلاً المتوسط الحسابي لمستوى الاستدلال في المجموعة التجريبية 10.5 بينما في المجموعة الضابطة بلغ 8.7 من أصل 16 علامة، وهذا يوضح أن معدل المجموعة التجريبية أعلى من معدل المجموعة الضابطة بما يقارب علامتين في هذا المستوى. وكذلك بالنسبة لبقية المستويات. وتبين من خلال الاختبار الإحصائي ت للعينات المستقلة أن هناك فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الاستدلال والمعرفة بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة بناء على نموذج "لش" للتمثيلات المتعددة، وبين متوسطات علامات المجموعة الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب، يعود للتمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش". أما مستوى التطبيق فبينت نتائج الاختبار الإحصائي عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية لمستوى التطبيق بين متوسطات علامات المجموعة التجريبية الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية المطورة بناء على نموذج "لش" لتمثيلات

المتعددة، وبين متوسطات علامات المجموعة الضابطة الذين تعلموا وحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب، يعود لتوظيف التمثيلات المتعددة بحسب نموذج "لش".

يفسر برونر النتائج التي تم الحصول عليها فيما يتعلق بالمستوى المعرفي بأن تعرض المتعلمين لخبرات مختلفة أثناء التعلم، بمعنى أن تكون عملية التعلم نشطة وحيوية تطور قدرات المتعلمين على معالجة المعلومات التي يكتسبونها، وتنظيمها في بنى معرفية (Bruner,1965; 1966). كما وتساعدهم في تجديد مفاهيمهم وتطويرها بحيث تصبح أكثر عمقاً مما يجعل المتعلم قادراً على توظيف هذه المفاهيم بمرونة في تعامله مع المشكلات التي تتطلب مهارات تفكير عليا وهذا ما يفسر الأثر الإيجابي للتمثيلات المتعددة على تطوير مستوى المعرفة الاستدلالي لدى المتعلمين (Bruner,1966).

في نفس السياق يرى "لش" أن التعرض لتمثيلات متعددة أثناء التعلم، بالإضافة إلى الانتقال بين هذه التمثيلات وداخلها تكسب المتعلم تصورات ذهنية ومرونة في التعامل مع المفاهيم وتوظيفها بمكانها المناسب. فالتمثيلات المتعددة لمفهوم ما أثناء التعلم تجعل المتعلم قادر على تعريفه والتطبيق عليه في مجالات مختلفة، ويمكنه الاستدلال على ذلك المفهوم وتميزه من بين عدة مفاهيم أخرى، وتوظيفه بالمكان المناسب في حل مشكلات تواجهه بطريقة سهلة وصحيحة (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003).

وفي ضوء الدراسات الأخرى التي بحثت في توظيف التمثيلات المتعددة والتي توافقت مع نتائج الدراسة كيدر (Kidder, 1976) التي أوضحت أن توظيف التمثيلات الحسية وغيرها من

المتعلمين تنمي القدرات المكانية وقدرة المتعلمين على التصور الذهني، فهي بدورها تساعد على استيعاب المفاهيم بعمق والتي تنمي قدرات المتعلمين في حل المشكلات والقيام بالإجراءات الرياضية بمرونة أكثر (Kidder, 1976؛ Bansilal & Naidoo, 2012؛ Jitendra & others, 2016؛ Cope, 2015). كما أن هناك العديد من الدراسات الأخرى التي أظهرت الأثر الإيجابي لتوظيف الحاسوب والذي يوفر العديد من التمثيلات المختلفة الصورية والمجردة وشبه الحسية منها في فهم أعمق وتطور المفاهيم لدى المتعلمين الذين بتعرضوا لمثل تلك الخبرات فيما يتعلق بالتحويلات الهندسية، وتطور قدراتهم المكانية وتصوراتهم الذهنية (Smith, Olkun, Gervetson, Erdem & Johnson, 2007).

3:5 تفسيرات المتعلمين لإجراءاتهم للتحويلات الهندسية

أشارت نتائج الدراسة أن للتمثيلات المتعددة تأثير على آلية تعامل المتعلمين مع حل المشكلات فأوضحت النتائج فيما يتعلق بإجراءات التعامل مع حل المشكلات وقدرتهم على تفسير هذه الإجراءات أن للتمثيلات المتعددة أثر إيجابي لتطوير معرفة المتعلمين وقدرتهم على توظيف هذه المعارف بشكل جيد في الحالات المناسبة. فقد وجد أن معظم طالبات المجموعة التجريبية يتبعن القواعد الصحيحة بشكل أكثر من المجموعة الضابطة والتي كانت تعكس إدراكهن للمفهوم وآليته توظيفه. أما المجموعة التجريبية فقد كانت في الغالب آلية اتباعهن للقواعد تعكس إلى مدى ما حفظهن لها. وعدم قدرتهن على تبريرها غالباً بطريقة تعكس فهمهنّ لها.

أما فيما يتعلق بتفسيرهن للإستراتيجيات التي يتبعنها فمنهن من فسرت ذلك بالرجوع القاعدة أو التعميم، ومنهن من فسرنه بالتخيل العام؛ أي بدون إعطاء رسم دقيق وبالاعتماد على التعريف العام للانعكاس مثلاً بأنه انقلاب للشكل أو صورة في مرآة أو من خلال طي الورقة حول المحور.

يمكن الإدعاء بأن توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم يعمّق البنى المعرفية والذهنية للمتعلمين، مما يكسبهم قدرة على تفسير إجراءاتهم وتبريرها بشكل جيد، بالإضافة إلى تنمية مهارات التفكير العليا لديهم وقدرتهم على التفكير في منطقية إجاباتهم. وهذا ما أوضحته نتائج المحور الثاني " الاستدلال على التحويلات الهندسية وتفسيرها " والثالث " الصور الذهنية والبنى المعرفية حول مفاهيم التحويلات الهندسية".

ولكن لم يكن هناك فرق واضح في المحور الأول " معرفة التحويلات الهندسية وإجراء تطبيقات عليها وتفسيرها" فلم يكن هناك فرق واضح بين المجموعتين إلا في تبرير إجراءات التطبيق التي يتبعونها وقدرتهم على إعطاء حجج منطقية لها وتفسيرها، فقد كانت قدرة طالبات المجموعة التجريبية في كافة المستويات أكثر عمقاً وأوضح وأكثر صحة منها في المجموعة الضابطة.

يفسر برونر ذلك بأن المتعلم يكتسب بنيته المعرفية من خلال ممارساته والتي بدورها تسعى لتطوير هذه البنى المعرفية لديه من خلال تنظيم المعارف التي يكتسبها من خلال تعلمه بالممارسة والاكتشاف في بنى معرفية (Bruner, 1966; 1973). وهذا ما توفره التمثيلات

المتعددة بحسب نموذج "لش" حيث أنها تشمل أنشطة متنوعة تتطلب اكتشاف المفاهيم، وتطبيق عليها من خلال توظيفها في مواقف عملية/ حسية، وحياتية مختلفة (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003).

في سياق مماثل يرى "لش" في نموذجه للتمثيلات الرياضية الخارجية أن تعرض المتعلمين لتمثيلات متعددة كالتمثيل بالصور والأشكال الساكنة مثلاً في تعليم مفهوم معين تساعد على توضيح المفهوم وإعطاء صورة له، بينما التمثيل بالمواقف الحياتية كجانب آخر كونها تنعكس من اهتمامات المتعلمين وسياقاتهم الحياتية فهي بدورها تمكن المتعلم من فهم المفهوم بشكل أعمق لتعرضه لتطبيقات وتوظيفات حياتية (Lesh, Landau & Hamilton, 1983؛ Lesh, Post & Behr, 1987). بالإضافة إلى أن التمثيلات المتعددة تمكن المتعلم من الانتقال من تمثيل إلى آخر بشكل سلس، وتوظيفها في حل المشكلات، فمثلاً في سؤال المقابلة الثاني والذي تطلب الاستدلال على التحويلات الهندسية وتفسيرها، والذي يمكن التعامل معه من خلال الانتقال من التمثيل الصوري المعطى إلى تمثيل رمزي أو لفظي لتفسير هذه الصور للتحويلات الهندسية، كانت طالبات المجموعة التجريبية اللآتي تعرض لتمثيلات متعددة أكثر قدرة على ذلك كونهن تعرض لتمثيلات متعددة وكذلك الانتقال بين هذه التمثيلات من خلال أنشطة مختلفة تدمج بينها، بينما ظهر بشكل ضعيف في المجموعة الضابطة التي لم تتعرض لمثل هذه الخبرات (المرجع السابق). فالتمثيلات الرياضية الخارجية توفر خبرات تعليمية مختلفة وتكسب المتعلم فهماً معمقاً بمعنى بنى معرفية منظمة بعد تعرضه لمثل هذه التمثيلات، فهمو

يصبح أكثر دراية بالمفهوم ومكوناته ويستطيع التعامل معه بمرونة وتوظيفه في سياقات مختلفة وحل مشكلات رياضية أيضاً (Lesh & Harel, 2003 ؛Glancy, 2013).

في ضوء الدراسات السابقة التي أوضحت أن استخدام التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات على وجه الخصوص تمكن المتعلم من فهم المفاهيم والأفكار الرياضية بعمق كدراسة "كليمينت" (2004) و "سيكلا" (2004) مثلاً، وتطور قدراته على حل المشكلات وتنوع الأفكار وطرح حلول متنوعة يمكن اتباعها، بالإضافة إلى أنها تزيد من قدرة المتعلم على تبرير إجراءاته في حل المشكلات وذكر الأسباب وراء هذه الإجراءات (المرجع السابق؛ Hawang, Chen, Dung & Yung, 2007). فلا يستطيع المتعلم تمثيل مفهوم بتمثيل آخر ما لم يتعلمه أو يتعرض له لأنه غير موجود ضمن بناه المعرفية (Clement, 2004؛ Gagatsis & Shiakalli, 2004؛ Lesh, Post & Behr,1987). وعدم تعرض المتعلمين لتمثيلات مختلفة وكيفية التنقل بينها تجعل من الصعوبة على المتعلم إدراكها أو تفسيرها، فبذلك يكون المتعلم غير قادر على تخيل هذه المفاهيم لعدم امتلاك بنى معرفية وصور ذهنية كافية (Gagatsis & Shiakalli, 2004)، ، وهذا ما يفسر ما أوضحته النتائج في كون طالبات المجموعة التجريبية لديهنّ القدرة على التخيل وتفسير إجراءاتهم والتي تعكس وجود بنى معرفية وصور ذهنية لديهم، بينما ظهرت بشكل ضعيف جداً لدى طالبات المجموعة الضابطة. وهذا لفعالية التمثيلات المتعددة في تعليم الرياضيات في تعليم حل المشكلات وتطور التصور الذهني لديهم (Jitendre, Nelson, Pullesm, Kiss & Houseworth, 2016؛ Ayub, Ghazali & Othman, 2013؛ Akkus & Cakiroglu, 2009).

وقد اتفقت نتائج هذه الدراسة مع نتائج بعض الدراسات ذات العلاقة كدراسة "كوبي" (2015)، التي أوضحت أهمية التمثيلات الحسية حيث أن هناك عدد من الدراسات التي هدفت إلى استكشاف قدرات المتعلمين على التصور الذهني، والتي بينت عدم امتلاك الطلبة لتصورات الذهنية والقدرات المكانية، ويعزو الباحثون ذلك لعدم تعرض المتعلمين للخبرات الحسية الكافية حول ذلك. حيث أن استخدام التمثيلات الحسية في تعليم التحويلات الهندسة تكسب المتعلمين مهارات التحويل الهندسي، والذي بدوره يساعد على فهم المفاهيم بشكل أعمق والقدرة على القيام بالإجراءات بمرونة أكثر وتفسيرها بشكل منطقي. كما ولها أثر على تعلم الكلمات التعبيرية التي تعبر عن المفهوم والقدرة على حل المشكلات (Kidder, 1976؛ Bansilal & Naidoo, 2012؛ Jitendra & others, 2016؛ Cope, 2015).

من هنا يمكن الإدعاء أن المتعلم الذي يتعلم المفهوم الرياضي بعدة طرق، من خلال تمثيلات مختلفة له يكوّن تصوراً وفهماً أعمق للمفهوم، ويكون أكثر إدراكاً للمفهوم، وأكثر قدرة على التعامل معه بمرونة وتوظيفه في سياقات مناسبة. بينما عدم امتلاكه لهذه المهارات تقلل من الفهم وبالتالي القيام بالإجراء كخوارزمية دون فهم لهذا الإجراء أو مسبباته. وعدم امتلاكه لهذا الفهم ينعكس بالضرورة على تفسيره لإجراءه لتحويل الهندسي، فلعدم فهمه المفهوم يكون غير قادر على تفسير الإجراء الذي يتبع هذا المفهوم (Knuchel, 2004؛ Yanik, 2011، Thaqi, Gimenez & Aljimi, 2015؛ Lesh & Lehrerm 2003). ومع تعرض المتعلم لمثل هذه التمثيلات الصورية مثلاً يتشكل معنى للمفهوم ولا

يبقى مجرداً، وهذا يزيد من قدرة المتعلم على تفسير إجراؤه الذي يقوم به عند قيامه بالتحويل الهندسي (Knuchel, 2004؛ Maloney & Panorkon, 2015).

4:5 التوصيات

في ضوء النتائج التي تم التوصل إليها، والتي أظهرت أهمية توظيف التمثيلات المتعددة في التعليم، وما لها من أثر إيجابي على التحصيل واكتساب المهارات فوق الذهنية وتطوير البنى المعرفية لدى المتعلمين، يمكن الخروج بمجموعة توصيات للعاملين في المجال التربوي وأخرى لدراسات مستقبلية يمكن إجمالها بما يلي.

توصيات لصناع القرار في وزارة التربية والتعليم

1) للتمثيلات المتعددة أثر إيجابي على التحصيل وتطوير البنى المعرفية والذهنية للمتعلمين في تعليم التحويلات الهندسية، توصي الدراسة بتطوير المناهج بحيث تشمل تمثيلات متعددة في تعليم الرياضيات من خبرات حياتية مختلفة تكسب المتعلمين خبرات حياتية متنوعة، وكذلك خبرات حسية وصورية وتوظيف الحاسوب في ذلك.
2) كون المتعلمين جزء لا يتجزء من العملية التعليمية وهو العنصر الرئيسي فيها، فإن لميولاتهم واهتماماتهم وحاجاتهم أهمية يجب أخذها بعين الاعتبار كما أوضحت الدراسات السابقة، فبذلك توصي الدراسة بإشراك المتعلمين في بناء أنشطة المناهج، وأخذ آرائهم بعين الاعتبار.

3) في ضوء النتائج التي بينت أهمية التمثيلات المتعددة في التعليم من تمثيلات حسية وصورية من ضمنها البرامج الحاسوبية وغيرها من التمثيلات، فلا بد من توفير مستلزمات هذه التمثيلات في البيئة التعليمية، ولذلك توصي الدراسة بتوفير مستلزمات التعليم الحديثة في المدارس من وسائل محسوسة وحواسيب وغيرها.

توصيات لدراسات مستقبلية

1. في ضوء مشاهدات التطبيق العملي للوحدة الدراسية المطورة، توضح أن المعلمة تمتلك أساليب تعليمية جيدة في توضيح مفاهيم التحويلات الهندسية بطريقة سهلة بحكم خبرتها العملية، وبذلك توصي بالبحث في التمثيلات المتعددة التي يوظفها المعلمون في المدارس، والتي قد نشأت من خلال خبراتهم لسنوات، وهي كثيرة ومتعددة ويمكن الاستفادة منها على الصعيد التربوي.
2. في ظل توظيف الحاسوب وبرنامج الجيوجبرا في تعليم التحويلات الهندسية وما أظهره من كفاءة في توضيح مفاهيم الوحدة التعليمية، وتأكيد الطالبات لهذا بتأملاتهنّ، توصي الدراسة بدراسة أثر توظيف الحاسوب بشكل كامل في تعليم موضوعات مختلفة على تعلم المتعلمين لهذه المفاهيم، دون الرجوع للكتاب. من خلال إجراء اختبارات إلكترونية، والتعلم بشكل كامل على الحاسوب.
3. ركزت هذه الدراسة على أثر توظيف التمثيلات المتعددة على تعليم التحويلات الهندسية وأثرها على التعلم بشكل ايجابي، ولم تتعمق في الأثار السلبية وتوفير

بدائل لمعالجتها كعدم مناسبة نشاط معين مثلاً لكافة المتعلمين وبذلك يوصى بدراسة الأثار السلبية والمحتملة لتوظيف التمثيلات المتعددة وآليات معالجتها.

قائمة المراجع

رستم، أنور (2012). *التمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي ومدى استخدام المعلمين لها*. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة بيرزيت، رام الله، فلسطين.

سيد، أحمد (1984). تدريس موضوع التحويلات الهندسية في معمل الرياضيات لتلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة التربية- قطر، 63*، 63-67.

العبيدي، محمد (2009). *علم النفس التربوي وتطبيقاته*. عمان، الأردن: دار الثقافة.

عزب، سلامة (2000). تدريس التحويلات الهندسية باستخدام العروض التقديمية لتحقيق بعض الأهداف المعرفية والمهارية والوجدانية. *مجلة تربويات الرياضيات-مصر، 3*، 164-205.

العسكري، كفاح؛ الشمري، محمد؛ العبيدي، علي (2012). *نظريات التعلم وتطبيقاتها التربوية*. دمشق: دار الفكر.

فيجوتسكي، ليف (1976). *التفكير واللغة* (طلعت منصور، مترجم). مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.

كشك، وائل؛ جابر، ليانا. (2007). *ثقافة الرياضيات نحو رياضيات ذات معنى*. رام الله، فلسطين: مركز القطان للبحث والتطوير التربوي.

المرجعية الأخلاقية للبحوث في جامعة بيرزيت (2012). *المبادئ التوجيهية لأخلاقيات البحث- المرحلة الأولى*. رام الله، فلسطين: جامعة بيرزيت. (law-university/edu.birzeit.ritaj).

المشهداني، عباس. (2011). *طرائق ونماذج تعليمية في تدريس*. عمان: دار البازوري.

وزارة التربية والتعليم العالي. (2008). *نتائج أولية لطلبة فلسطين في المشاركة في "دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم 2007"*، دائرة القياس والتقويم، وزارة التربية والتعليم، فلسطين.

Ainsworth, S., Bibby., P., & Wood, D. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of The Learning Sciences, 11(1),* 25-61. Retrieved from: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download, on 15/1/ 2017.

Ainsworth, S., Bibby., P., & Wood, D. (1997). Information technology and multiple representations: new opportunities-new proplems. *Journal of Information Technology for Teacher Education, 1(6),* 93-105. Retrieved from: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/, on 15/12/ 2016.

Akkus, O., & Cakiroglu, E. (2009). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students algebra performance. *Working Group4*. Retrieved from: https://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12605615/index.pdf, on 15/12/ 2016.

Aljimi, E., Gimenez, J., & Thaqi, X. (2015). The meaning of isometries as function of asset of points and the process of understanding of geometric transformation. *Research Gate*.

Retrieved from: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01287028/document, on 15/1/ 2017.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 215-241. Retrieved from: https://pdfs.semanticscholar.org/e6a3/fc53cbab17d0339f3132ee9705e88ea14d1c.pdf, on 23/1/ 2017.

Ardahan, H., & Yazlik, D. (2012). Teaching transformation geometry with cabri geometry plus II. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 46*, 5187-5191. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/271617739_Teaching_Transformation_Geometry_with_Cabri_Geometry_Plus_II, on 15/1/ 2017.

Ayub, A., Ghazali, M., & Othman, A. (2013). Preschool children's understanding of numbers from the multiple representation perspective. *IOSR Journal of Humanities And Social Science, 6(14), 93-100*. Retrieved from: http://www.iosrjournals.org/iosr-jhss/papers/Vol14-issue6/J014693100.pdf?id=6923, on 15/12/ 2016.

Bal, A. (2015). Skills of using and transform multiple representations of the prospective teachers. *Procedia-Social And Behavioral Sciences, 197,* 582-588. Retrieved from: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815041981, on 15/12/ 2016.

Bell, S. (2010). Project-based learning for the 21st century: skills the future. *The Clearing House, 83(2),* 39-43. Retrieved from: http://www.huso.buu.ac.th/file/2559/ActiveLearning/Document/10.ProjBL%20of%2021st%20cent%20skills.pdf, on 15/12/ 2016.

Bretscher, N. (2009). Dynamic geometry software: the teacher's role in facilitating instrumental genesis. *Working Group7*. Retrieved from: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg7-30-bretscher.pdf, on 15/12/ 2016.

Bruner, J. (1973). *Beyond the information given*. Canada, United states: Library of congress cataloging in publication data.

Bruner, J. (1966*). Toward a theory of instruction*. New york, w.w. Norton & Company. INC.

Bulf, C. (2010). The effects of the concept of symmetry on learning geometry at French secondary school. *Working Group 5,* University of Paris Diderot. Retrieved from: http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg5-06-bulf.pdf, on 23/1/ 2017.

Chard, D., Baker, S., Clarke, B., Jungiohann, K., Davism K., & Smolkowski, K. (2008). Preventing early mathematics difficulties: the feasibility of a rigorous kindergarten mathematics curriculum. *Learning Disability Quarterly, (31),* 11-20. Retrieved from:

http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.2307/30035522, on 15/12/ 2016.

Cikla, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students algebra performance attitude toward mathematics and representation preference. Unpublished Ph.D. College Faculty of Education, Middle east technical University: Ankara, Turkey. Retrieved from: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.633.7882&rep=rep1&type=pdf, on 15/1/ 2017.

Clement, L. (2004). A model for understanding, using, and connecting representations. *Teaching Children Mathematics, 2(11),* 97-102. Retrieved from: http://www.sci.sdsu.edu/CRMSE/IMAP/pubs/Clement2.pdf, on 15/1/ 2017.

Clementsm, D. (2002). Computres in early childhood mathematics. *Contemporary Issues in Early Childhood, 2(3)* . Retrieved from: http://gse.buffalo.edu/fas/RP/PDFs/ECE_Comp_Math.pdf, on 15/1/ 2017.

Cope, L. (2015). Math Manipulatives: Making the Abstract Tangible. *Delta State University, 1(5)* . Retrieved from: http://www.deltastate.edu/PDFFiles/DJE/spring-2015/dje_spring_2015_cope-final.pdf, on 15/1/ 2017.

David, M., & Tomaz, V. (2012). The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *EDuc Stud Math, 80,* 413-431. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-011-9358-6, on 15/12/ 2016.

Edwards, L. (1991). Children's learning in a computer microworld for transformation geometry. *Journal for Research in Mathematics Eduction, 2(22),* 122-137. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/749589, on 15/1/ 2017.

Ernest, P. (1986). Computer Gaming for the practice of transformational geometry skills. *Educational Studies in Mathematics, 2(17),* 205-207. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007/BF00311523, on 15/12/ 2016.

Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from representation of concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology, 5(24),* 645-657. Retrieved from: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01443410420000262953, on 15/12/ 2016.

Glancy, A. (2013). Theoretical foundations for effective STEM learning enviroments. *Engineering Education Working Papers*. Retrieved from:

http://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=enewp, on 15/1/ 2017.

Gulkilik, H., Ugurlu, H., & Yuruk, N. (2015). Examining students mathematical understanding of geometric transformations using the Pirie-Kieren model. *Educational Sciences: Theory & Practice, 15(6),* 1531-1548. Retrieved from: https://www.estp.com.tr/wp-content/uploads/2015/12/ESTPDecember2015_1531_1548-1.pdf, on 15/12/ 2016.

Hawang, W., Chen, N., Dung, J., & Yang, Y. (2007). Multiple representation skills and creativity effects Mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Educational Technology & Society, 10(2),* 191-212. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.10.2.191, on 15/12/ 2016.

Jitendra, A., Nelson, G., Pulles, S., Kiss, A., & Houseworth, J. (2016). Is mathematical representation of problems an evidence-based strategy for students with mathematics difficulties. *Exceptional Children, 83(1),* 8-25. Retrieved from: http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0014402915625062, on 23/1/ 2017.

Karakirik, E., & Durmusm S. (2005). An alternative approach to logo-based geometry. *The Turkish Online Journal of*

Educational Technology, 1(4) . Retrieved from: http://search.proquest.com/openview/4eb532f69f7036cd66bf7e51fc0e737f/1?pq-origsite=gscholar&cbl=1576361, on 15/1/ 2017.

Karakoc, G., & Alacacr, C. (2015). Real world connections in high school mathematics curriculum and teaching. *Turkish Journal of Computer And Mathematics Education, 1(6),* 31-46. Retrieved from: http://www.thesis.bilkent.edu.tr/0006530.pdf, on 15/1/ 2017.

Karakus, F., & Peker, M. (2015). The effects of dynamic geometry software and physical manipulatives on pre-service primary teachers Van Hiele levels and spatial abilities. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 3(6),* 338-365. Retrieved from: http://dergipark.ulakbim.gov.tr/turkbilmat/article/view/5000112784, on 23/1/ 2017.

Kesan, C. (2013). The effect of learning geometry topics of 7th grade in primary education with dynamic geometers sketchpad geometry software to succss and retention. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 1(12)* . Retrieved from: http://search.proquest.com/openview/2aaaee3dd3699858a9feebe27983d81d/1?pq-origsite=gscholar&cbl=1576361, on 23/1/ 2017.

Kidder, R. (1976). Elementary and middle school children's comprehension of euclidean transformations. *Journal for Research in Mathematics Education, 7(1),* 40-52. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/748764?seq=1#page_scan_tab_contents, on 15/1/ 2017.

Knuchel, C. (2003). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *TMME, 1(1)* . Retrieved from: http://scholarworks.umt.edu/tme/vol1/iss1/2/, on 15/1/ 2017.

Kumar, A., & Kumaresan, S. (N.D). Use of mathematical software for teaching and learning mathematics. *ICME*. Retrieved from: http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Kumar_Kumaresan.pdf, on 8/10/ 2016.

Kynigosm C. (1993). Children's inductive thinking during intrinsic and Euclidean geometrical activities in a computer programming environment. *Educational Studies in Mathematics, 2(24),* 177-197. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF01273691?LI=true, on 15/1/ 2017.

Leong, E. (2017). Student's performance in geometrical reflection using geogebra. *Malaysian Online Journal of Educational Technology, 1(5)* . Retrieved from:

http://www.mojet.net/volume/volume-5-issue-1.pdf#page=71, on 8/10/ 2016.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T., & Zawojewski, J., (2003) Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. *Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching.* Retrieved from: http://www.cehd.umn.edu/rationalnumberproject/03_1.html, on 8/10/ 2016.

Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development. *Mathematical Thinking and Learning, 5(2),* 157-189. Retrieved from: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986065.2003.9679998?journalCode=hmtl20, on 8/10/ 2016.

Lesh, R., Landau, M. & Hamilton, E. (1983). Conceptual models in applied mathematical problem solving research. *Acquisition of Mathematics Concepts & Processes*, 263-343. Retrieved from: http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_2.html, on 23/1/ 2017.

Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking And Learning, 5(2&3),* 109-129. Retrieved from:

http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986065.2003.9679996?journalCode=hmtl2, on 15/1/ 2017.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Dienes revisited: Multiple embodiments in computer environments. *Development in School Mathematics Education Around the World,* 647-680. Retrieved from: http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/87_4.html, on 23/1/ 2017.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. *Problems of Representations in The Teaching And Learning of Mathematics,* 33-40. Retrieved from: http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/87_5.html, on 8/10/ 2016.

Leung, A., & Lee, A. (2013). Student's geometrical perception on a task-based dynmic geometry platform. *Educational Studies in Mathematics, 3(82),* 361-377. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-012-9433-7, on 15/12/ 2016.

Lombardi, M. (2007). Authentic learning for the 21st century: An overview. *Educause Learning Initiative*. Retrieved from: https://www.researchgate.net/profile/Marilyn_Lombardi/publication/220040581_Authentic_Learning_for_the_21st_Century_

An_Overview/links/0f317531744eedf4d1000000.pdf, on 15/12/ 2016.

Maloney, A., & Panorkon, N. (2015). Elementary Students' Construction of Geometric Transformation Reasoning in a Dynamic Animation Environment. *Educational Research Experiments in Constructionism, 10 (3),* 338-354. Retrieved from: http://web.b.ebscohost.com/abstract?direct=true&profile=ehost&scope=site&authtype=crawler&jrnl=1782348X&AN=109067112, on 23/1/ 2017.

Man, Y., & Leung, H. (2005). Teaching transformational geometry via dynamic geometry software. *The Hong Kong Institute of Education*. Retrieved from: https://www.researchgate.net/profile/Yiu_Kwong_Man/publication/251621573_Teaching_transformational_geometry_via_dynamic_geometry_software/links/0deec52bd3f83274d0000000.pdf, on 23/1/ 2017.

Martin, G. (1982). *Transformation geometry.* Department of Mathematics and Statistics. University of New York. Retrieved from: https://books.google.ps/books?hl=ar&lr=&id=gevlBwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA1&dq=Transformation+geometry&ots=qM9tA-IhBM&sig=L8DlGTskJ1J4OrLoFrhVB12NZyA&redir_esc=y#v=

onepage&q=Transformation%20geometry&f=false, on 15/12/ 2016.

Mashingaidze, S. (2012). The teaching of geometric (isometric) transformations at secondary school level: what approach to use and why?. *Asian Social Science, 15(8),* 197-210. Retrieved from: http://search.proquest.com/info/openurldocerror, on 15/1/ 2017.

Mhlolo, M., & Schafer, M. (2013). Consistencies far beyond chance: an analysis of learner preconceptions of reflective symmetry. *South African Journal of Education, 33(2)* . Retrieved from: http://www.scielo.org.za/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0256-01002013000200003, on 15/12/ 2016.

Moinet, M., & Serre, P. (2014). Geometric transformation of a constrained object using a non-Cartesian method. *Int.J.Product Development, 19 (1),* 156-173. Retrieved from: http://www.inderscienceonline.com/doi/abs/10.1504/IJPD.2014.060047, on 15/12/ 2016.

Moyer, J., Wang, N., & Nie, B. (2009). Learning mathematics from classroom instruction using standards-based and traditional curricula: An analysis of instructional tasks. *International Group for Psychology of mathematics education, 5*. Retrieved from: http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/466801

38/LEARNING_MATHEMATICS_FROM_CLASSROOM_INST20160621-29194-6j48p0pdf, on 15/12/ 2016.

Naidoo, J., & Bansilal, S. (2012). Learners engaging with transformation geometry. *South African Journal of Education, 32,* 26-39. Retrieved from: http://www.scielo.org.za/scielo.php?pid=S0256-01002012000100003&script=sci_arttext&tlng=pt, on 15/1/ 2017.

NCTM. (2000). Principle, standards, and Expectations. Retrieved from: http://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Principles,-Standards,-and-Expectations/, on 23/1/ 2017.

Ozerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 55,* 720-729. Retrieved from: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812040190, on 15/12/ 2016.

Pantazi, D., & Christou, C. (2009). Cognitive styles, dynamic geometry and measurement performance. *Educational Studies in Mathematics, 1(70),* 5-26. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-008-9139-z, on 15/1/ 2017.

Pape, S., & Tchoshanor, M. (2001). The role of representations in doveloping mathematical understsnding. *Theory into Practice,*

2(40), 118-127. Retrieved from: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15430421tip4002_6?journalCode=htip20, on 15/1/ 2017.

Patsiomitou, S. (2008). The Development of students geometrical thinking through transformational processes and interaction techniques in a dunamic geometry environment. *Issues in informing science and information, 5,* 353-393. Retrieved from: https://books.google.ps/books?hl=ar&lr=&id=lglMGml6fggC&oi=fnd&pg=PA353&dq, on 15/1/ 2017.

Pitta-Pantuzi, D., & Xistouri, X. (2010). Elementary students transformational geometry abilities and cognitive style. *Department of Education,* University of Cyprus. Retrieved from: http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/4/WG4_Xistouri_Pitta.pdf, on 23/1/ 2017.

Poh, K. (2003). Problem-based learning in mathematics. *Educational Resources Information Center DIGEST*. Retrieved from: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.117.5280&rep=rep1&type=pdf, on 23/1/ 2017.

Remillard, J., & Bryens, M. (2004). Teachers orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal For Research Mathematics Education,*

5(35), 352-388. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/30034820, on 23/1/ 2017.

Roschelle, J., Pea, R., Itoadley, C., Gordin, D., & Means, B. (2000). Changing how and what children learn in school with computer- based technologies. *The Future of Children, 2 (10),* 76-101. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/1602690, on 15/1/ 2017.

Ruthven, K., Hennessy, S., & Deany, R. (2007). Constructions of dunamic geometry: a study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers and Education*. Retrieved from: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131507000553, on 15/12/ 2016.

Sedig, K., & Liang, H. (2006). Interactivity of visual mathematical repreesentations: factors affecting learning and cognitive processes. *Jl. Of Learning Research, 17(2),* 179-212. Retrieved from: http://search.proquest.com/openview/401dfd0fac49bf49122aed066110157c/1?pq-origsite=gscholar&cbl=32024, on 15/1/ 2017.

Smith, G., & Hardman, J. (2014). The impact of computer and mathematics software usage on performance of school leavers in the western cape province of South African: A comparative analysis. *International Journal of Education and*

Development Using Information Technology, 1(10), 22-40. Retrieved from: http://search.proquest.com/openview/c3809c2d8f3b5f09d1670610757c90f0/1?pq-origsite=gscholar&cbl=28521, on 15/12/ 2016.

Smith, G., Olkun, S., Gervetson, H., Erdem, A., & Johnson, G. (2007). Analyzing and enhancing geometric transformation skills of elementary education pre-service teachers within an international context. *International Conference on Technology in Mathematics Teaching*. Retrieved from: http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/2474371/3dxasxa9mowxqbr.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=149244315.pdf, on 15/12/ 2016.

Solomon, G. (2003). Project-based learning: a primer. *Technology & Learning*. Retrieved from: http://pennstate.swsd.wikispaces.net/file/view/pbl-primer-www_techlearning_com.pdf, on 15/12/ 2016.

Stillman, G., & Galbraith, P. (1998). Applying mathematics with real world connections: metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in Mathematics, 36,* 157-195. Retrieved from: http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/355, on 15/12/ 2016.

Thomas, J. (2000). A review of research on project-based learning. Unpublished Ph.D. Retrieved from: http://www.ri.net/middletown/mef/linksresources/documents/researchreviewPBL_070226.pdf, on 23/1/ 2017.

Vate, C., & Leder, G. (2004). Student views of computer-based mathematics in the middle years: does gender make a difference. *Educational Studies in Mathematics, 2(56),* 287-312. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1023%2FB%3AEDUC.0000040411.94890.56?LI=true, on 23/1/ 2017.

Wagner, D., Craig, T., & Morgan, C. (2014). Language and communication in mathematics education : an overview of research in the field. *The International Journal on Mathematics Education, 46(6),* 843-853. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-014-0624-9, on 23/1/ 2017.

Wang, M., & Haertel, G. (1993). Toward base for school learning. *Review Of Educational Research, 63(3),* 249-294. Retrieved from: http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/00346543063003249, on 15/1/ 2017.

Wessels, H., Wessels, D., & Nieuwoudtm, H. (2006). Modeling and multiple representations in data tasks. *ICOTS*. Retrieved from:

http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/31765885/Wessels_Wessels_Nieuwoudt_Modelling_and_multiple_representations_in_data_tasks.pdf, on 15/1/ 2017.

Wong, W., Yin, S., Yang, H., & Cheng,Y. (2011). Using computer-assisted multiple representations in learning geometry proofs. *Educational Technology & Society, 14(3),* 43-54. Retrieved from: http://www.jstor.org/stable/pdf/jeductechsoci.14.3.43.pdf, on 23/1/ 2017.

Wu, H., Krajcik, J., & Soloway, E. (2000). Promoting conceptual understanding of chemical representations: students use of avisualization tool in the classroom. *National Association of Research in Science Teaching*. Retrieved from: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/tea.1033/full, on 15/1/ 2017.

Yanik, B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies In Mathematics, 78(2),* 231-260. Retrieved from: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-011-9324-3, on 15/1/ 2017.

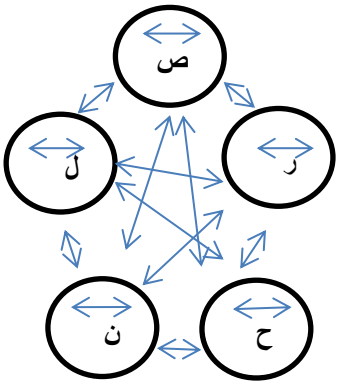
Yee, L. (2010). Designing a mathematics curriculum. *IndoMS.J.M.E, 1(1),* 1-10. Retrieved from: http://ejournal.unsri.ac.id/index.php/jme/article/view/789, on 15/12/ 2016.

Yildirim, O., Tepe. T., & Itic, U. (2014). The geometer's sketchpad education on moddle. *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology, 6(3)* . Retrieved from: https://eric.ed.gov/?id=EJ1080539, on 15/12/ 2016.

الملاحق

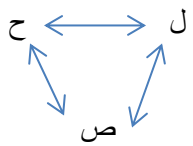
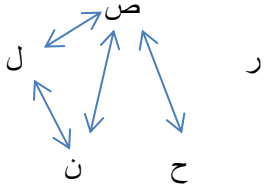
الملحق (1): أداة تحليل الوحدة

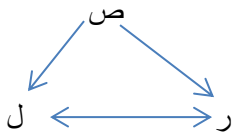
الجدول التالي يمثل أداة تحليل المحتوى للوحدة التحويلات الهندسية كما يعرضها الكتاب المدرسي. وقد تم الاستعانة بالأداة من الدراسات السابقة حيث تم تطويرها بناء على نموذج "لش" وزملائه للتمثيلات الرياضية الخارجية (رستم، 2012)، مع إجراء بعض التعديلات عليها بحسب نموذج لش وهي المراوحة داخل التمثيل نفسه. وتوضح الأسهم المراوحات بين التمثيلات فإن وجد سهم بأي اتجاه تعني وجود مراوحة وهي الانتقال من تمثيل إلى آخر في عرض مفهوم أو مثال أو... . بينما الرموز فهي: التمثيل بالرموز المكتوبة (ر)، التمثيل اللفظي (ل)، التمثيل بالمواقف الحياتية (ح)، التمثيل بالنماذج والمجسمات (ن)، والتمثيل بالصور والأشكال (ص). وفي حال كانت الدائرة التي تحتوي الحرف مظللة فهذا يعني أن هناك استخدام لتمثيل وفي حال كانت فارغة فليس هناك استخدام لتمثيل.

نوع التمثيل / النشاط	رقم النشاط	شرح النشاط	التمثيلات والمراوحات بينها
المفاهيم	1 2 3 . . .		
الأمثلة			
تدريبات صفية			
تمارين ومسائل			

الملحق (3): وصف كيفية بناء الوحدة التعليمية بناء على نموذج لش زملائه

يوضح الجدول أدناه تفاصيل بناء مفاهيم، أنشطة، تدريبات، وتمارين لدرس الانعكاس في الوحدة التعليمية المطورة بالاعتماد على التمثيلات الرياضية الخمسة (الحياتية (ح)، الرمزية (ر)، الصورية (ص)، اللفظية (ل)، والنماذج والمجسمات (ن)) بالإضافة إلى المراوحات بينها بحسب نموذج لش وزملائه. هذا ينطبق على تصميم باقي دروس الوحدة التعليمية المطورة (وحدة التحويلات الهندسية).

الصفحة	النشاط / المهمة	التمثيلات والمراوحات	وصف بناء النشاط
	نشاط (1) مشهد حياتي		المشهد يشكل تمثيل حياتي لموقف نمرُ به كثيراً وهو النظر في المرآة. وهو تمثيل لفظي لأننا نعبر عن مفهوم الانعكاس بالكلمات. وكذلك هو تمثيل صوري لأنه يعرض صور للانعكاس في المرآة. أما بخصوص المراوحات فهي تنتقل من تمثيل حياتي للفظي وهي التعبير عن الموقف بالكلمات وكذلك يمكن ذكر الموقف الحياتي والنص يعبر عنها. أما بالنسبة للمراوحة بين التمثيل الصوري والحياتي فهي صورة حياتية لموقف حياتي وهي بالعكس أيضاً موقف حياتي نعبر عنه بصورة. و بالنسبة للمراوحة بين التمثيل اللفظي والصوري فهناك صورة نعبر عنها بالكلمات أو الكلمات تعبر عنها الصورة.
	نشاط (2)		النشاط يعرض خمس تمثيلات. تمثيل نماذج فهو يعرض طريقة لصنع نموذج على الانعكاس. ويعرض صور لهذا النموذج والتي تشكل تمثيل صوري. وكذلك يمكن التعبير عن الصورة بالكلمات والتعبير عنها بالرموز (الأبعاد ووحداتها) والتوصل لتعبير لفظي (استنتاج). أما المراوحات فهو ينتقل من تمثيل مجسم (نموذج) بمعنى صنعه أو إنشاءه ليصل إلى تعبير بالألفاظ والرموز ليشكل صورة حول المفهوم وكذلك يعبر عن موقف حياتي عند استخدام الانعكاس في المرآة. أما المراوحة بين التمثيل الصوري والتمثيلات الأخرى فمن خلال الصورة يمكن صنع نموذج، والتعبير عنها بالألفاظ من خلال الصورة وهي مرتبطة بموقف حياتي.
	تعريف الانعكاس	ل	هو تمثيل لفظي لأننا نعبر عن المفهوم لفظياً فقط.

	نشاط (3)	ص ↕ ر	هو تمثيل صوري لأنه يرسم صورة لمفهوم الانعكاس مع ألوان توضحها. وهو أيضاً رمزي لأنه يعبر عن النقاط بإحداثيات أو أسماء (أ، ب، س،...) توضح صورة الانعكاس. وهناك مراوحة بين التمثيلان حيث أن الصورة يمكن التعبير عنها برموز. أو يمكن من الرموز رسم صورة تعبر عنها.
10	تدريب 1	ص ↕ ح	هو تمثيل صوري لأنه يعرض صور على الطالب لإجراء إنعكاس لها وهو بذات الوقت تمثيل حياتي لأنه يعرض صور حياتية وليست مجردة ويمكن تخيلها عندما تنعكس في المرآة. وهناك مراوحة بين التمثيلان حيث أنها تمثيل حياتي يمكن تعبير عنه بصورة أو العكس صورة تعبر عن شيء حياتي.
11+10	نشاط (4)		هو تمثيل صوري لمفهوم الانعكاس في محور السينات لأنه يعرض صورة توضح ذلك. وهو تمثيل رمزي لأنه يعبر عن الانعكاس بالرموز من خلال الأبعاد، القياسات، والمسميات. وتمثيل لفظي لأنه يعبر عن الصورة بالكلمات (الاستنتاج). أما المراوحات فهي من تمثيل صوري (الشكل المرسوم) يمكن للطالب استنتاج قاعدة تعبر عنها بالرموز والكلمات (مراوحة من صوري إلى رمزي ولا يوجد مراوحة بالعكس كذلك بالنسبة للمراوحة من صوري إلى لفظي). أما المراوحة بين التمثيل الرمزي واللفظي فهي بالاتجاهين لأن الاستنتاج الرمزي يؤدي إلى اللفظي أو العكس بمعنى يمكن استنتاج القاعدة من خلال الصورة ثم التعبير عنها بالرموز (الأبعاد القياسات) ويمكن العكس بمعنى ايجاد الابعاد ثم استنتاج القاعدة التعبير عنها لفظياً.
11	تمرين (1)	ل ↕ ر	هو تمثيل رمزي يعبر عن شكل رباعي بالرموز (الإحداثيات) عليه أن يعبر عن صورتها بالرموز. وهو تمثيل لفظي لأنه يعبر بالكلمات أيضاً. وهناك مراوحة بين التمثيلان حيث يمكن التعبير عن الرموز بالكلمات أو العكس بمعنى يمكن البدأ بأي تمثيل والانتقال إلى الآخر.
12	تمرين (3)		هو تمثيل صوري لأنه يعرض صورة، وهو تمثيل لفظي يعبر بالكلمات، وهو تمثيل رمزي يعبر بالأعداد (الإحداثيات). أما المراوحة فهي بين التمثيل الصوري واللفظي بالاتجاهين حيث أنه يمكن التعبير عن الصورة بشكل لفظي وكذلك الكلمات (الألفاظ) تعبر عن الصورة.

الملحق (4): أهداف الوحدة وجدول المواصفات

الأهداف التعليمية لوحدة التحويلات الهندسية المطورة وجدول المواصفات

21/ 11/ 2016

الأهداف التعليمية ومستوياتها المعرفية مع توضيح بعض المراوحات

الدرس	رقم الهدف	الأهداف التعليمة	المستوى المعرفي
الانعكاس	1.	أن يستنتج الطالب خصائص الانعكاس (مراوحة بين النماذج والرموز).	الاستدلال
	2.	أن يعرف الطالب الانعكاس.	المعرفة
	3.	أن يذكر الطالب أمثلة حياتية على الإنعكاس.	المعرفة
	4.	أن يميز الطالب بين الانعكاس والتحويلات الهندسية الأخرى.	الاستدلال
	5.	أن يرسم الطالب انعكاس لأشكال مختلفة حول محور محدد.	التطبيق
	6.	أن يمثل الطالب صورة الانعكاس بالرموز (مراوحة من الصور إلى الرموز).	التطبيق
	7.	أن يمثل الطالب الانعكاس المعطى بالرموز بالرسم.	التطبيق
الدوران	8.	أن يستنتج الطالب خصائص الدوران.	الاستدلال
	9.	أن يعرف الطالب الدوران.	المعرفة
	10	أن يذكر الطالب أمثلة حياتية على الدوران.	المعرفة
	11	أن يميز الطالب بين الدوران والتحويلات الهندسية الأخرى.	الاستدلال
	12	أن يرسم الطالب صورة الدوران لأشكال مختلفة حول نقطة محددة وبزاوية معينة.	التطبيق
	13	أن يمثل الطالب صورة الدوران بالرموز.	التطبيق
	14	أن يمثل الطالب الدوران المعطى بالرموز بالرسم.	التطبيق
الانسحاب	15	أن يعرف الطالب الانسحاب.	المعرفة

	16	أن يستنتج الطالب خصائص الانسحاب.	الاستدلال
	17	أن يذكر الطالب أمثلة حياتية على الانسحاب.	المعرفة
	18	أن يميز الطالب بين الانسحاب والتحويلات الهندسية الأخرى.	الاستدلال
	19	أن يرسم الطالب انسحاب لأشكال مختلفة باتجاهات محدد.	التطبيق
	20	أن يمثل الطالب صورة الانسحاب بالرموز.	التطبيق
	21	أن يمثل الطالب الانسحاب المعطى بالرموز بالرسم.	التطبيق
التمدد	22	أن يعرف الطالب التمدد.	المعرفة
	23	أن يستنتج الطالب خصائص الانسحاب.	الاستدلال
	24	أن يذكر الطالب أمثلة حياتية على التمدد.	المعرفة
	25	أن يميز الطالب بين التمدد والتحويلات الهندسية الأخرى.	الاستدلال
	26	أن يميز الطالب بين تمدد التكبير وتمدد التصغير.	الاستدلال
	27	أن يرسم الطالب تمدد لأشكال مختلفة من نقطة محددة.	التطبيق
	28	أن يمثل الطالب صورة التمدد بالرموز.	التطبيق
	29	أن يمثل الطالب التمدد المعطى بالرموز بالرسم.	التطبيق

بناء جدول المواصفات

عدد الأهداف في كل مستوى معرفي ولكل درس

الدرس / مستوى الأهداف	المعرفة	التطبيق	الاستدلال	المجموع
الانعكاس	2	3	2	7
الدوران	2	3	2	7
الانسحاب	2	3	2	7
التّمدد	2	3	3	8
المجموع	8	12	9	29

الوزن النسبي للموضوع = عدد حصص الموضوع ÷ عدد حصص الوحدة

	الوزن النسبي لأهمية الموضوع
الانعكاس	3 ÷ 10= 0.3 %30
الدوران	3 ÷ 10= 0.3 %30
الانسحاب	2 ÷ 10= 0.2 %20
التّمدد	2 ÷ 10= 0.2 %20
المجموع	%100

الوزن النسبي لمستوى الهدف = عدد أهداف المستوى ÷ عدد أهداف الوحدة

	الوزن النسبي لمستوى الهدف
المعرفة	8 ÷ 29= 0.28 %28
التطبيق	12 ÷ 29= 0.41 %41
الاستدلال	9 ÷ 29= 0.31 %31
المجموع	%100

الوزن النسبي للدرس	الوزن النسبي لمستوى الأهداف			
	المعرفة (28%)	التطبيق (41%)	الاستدلال (31%)	المجموع
الانعكاس (30%)	0.3× 0.28× 25= 2.1 ≈ 2	0.3× 0.41× 25= 3.07 ≈ 3	0.3× 0.31× 25= 2.33 ≈ 2	7
الدوران (30%)	0.3× 0.28× 25= 2.1 ≈ 2	0.3× 0.41× 25= 3.07 ≈ 3	0.3× 0.31× 25= 2.33 ≈ 2	7

الانسحاب (%20)	0.2× 0.28 ×25= 1.4 ≈ 1	0.2× 0.41 ×25= 2.05 ≈ 2	0.2× 0.31 ×20= 1.55 ≈ 2	5
التّمدد (%20)	0.2× 0.28 ×25= 1.4 ≈ 1 سيتم احتسابها 2 لأن درس التمدد يحتوي مفاهيم أكثر من الانسحاب. وليكتمل عدد الأسئلة 25	0.2× 0.41 ×25= 2.05 ≈ 2	0.2× 0.31 ×25= 1.55 ≈ 2	5
المجموع	7	10	8	25

عدد *الأسئلة* = الوزن النسبي لأهمية الموضوع × الوزن النسبي لمستوى الهدف × عدد الأسئلة المقترحة لأسئلة الاختبار (25)

جدول المواصفات

الوزن النسبي للدرس	الوزن النسبي لمستوى الأهداف			
	المعرفة (28%)	التطبيق (41%)	الاستدلال (31%)	المجموع
الانعكاس (30%)	2	3	2	7
الدوران (30%)	2	3	2	7
الانسحاب (20%)	1	2	2	5
التّمدد (20%)	2	2	2	6
المجموع	7	10	8	25

الملحق (5): الاختبار التحصيلي.

اختبار تحصيلي في وحدة التحويلات الهندسية

الصف التاسع الأساسي

اسم الطالب/ة: ..... .

التاريخ: ..... .

العلامة: ..... /**50**.

تعليمات الاختبار:

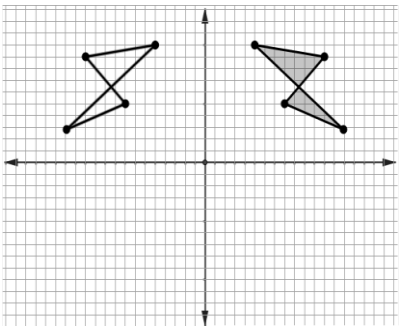
- يتكون الامتحان من خمسة أسئلة عليك الإجابة عنها جميعها.
- السؤال الأول: اختيار من متعدد.
- السؤال الثاني: سؤال مقالي قصير.
- السؤال الثالث: إجراء تحويلات هندسية.
- السؤال الرابع: عمل تمثيلات رياضية.
- السؤال الخامس: تحديد التحويل الهندسي بحصره في شكل هندسي محدد.
- مدة الامتحان 45 دقيقة.

هذا الجدول لعمل المصحح/ة

السؤال	العلامة
الأول	16 /.....
الثاني	8 /.....
الثالث	8 /.....
الرابع	10 /.....
الخامس	8 /.....

***السؤال الأول*: ضع/ي دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي (16علامات)**

1) التحويل الهندسي الذي أجري للشكل أ ب ج في الشكل (1) هو:



الشكل (1)

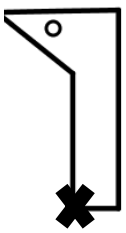
أ) انعكاس في محور السينات. ب) انسحاب 10 وحدات غرباً.

ج) انعكاس في س=0. د) دوران 180 درجة حول نقطة (0، 10).

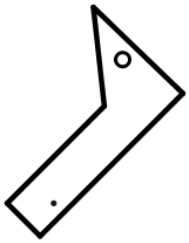
2) التحويل الهندسي الذي يحرك الشكل ويغير أبعاده مع إبقاء زواياه كما هي هو:

أ) الانعكاس ب) الانسحاب ج) التّمدد د) الدوران

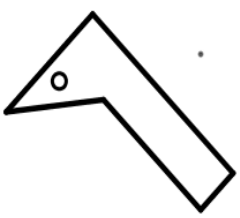
3) **عن إجراء دوران بزاوية 45° عكس عقارب الساعة حول نقطة × للشكل(2) يتكون الشكل:**



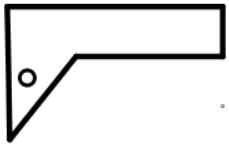
الشكل (2)



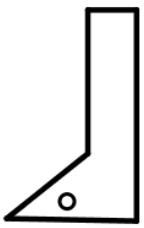
أ.



ب.



ج.

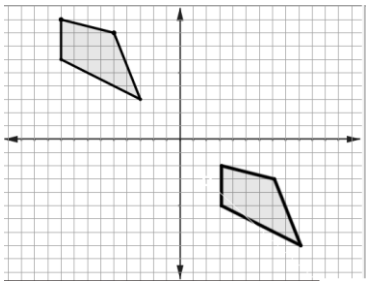


د.

4) التحويل الهندسي الذي لا يحدث تغيراً على أبعاد الأشكال الهندسية عند تحريكها ولكنه يقلبها:

أ) الانعكاس ب) الانسحاب ج) التّمدد د) الدوران

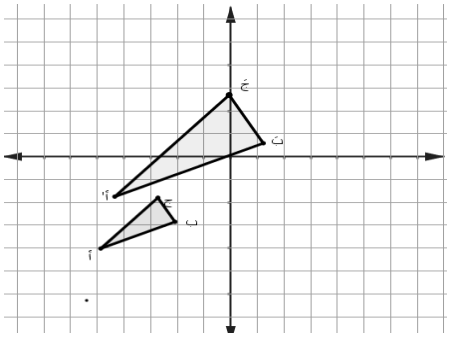
5) التحويل الهندسي الذي أجري للشكل الرباعي في الشكل (3) هو:



الشكل (3)

ب) انعكاس ب) انسحاب ج) تّمدد د) دوران

6) المثلث أ ب ج والمثلث أَ بَ جَ في الشكل (4):



الشكل 4

أ. متشابهان ب. متطابقان ج. متساويان د. متعاكسان

7) عندما تسير السيارة حول دوار لمفترق طرق هذا مثال حياتي على:

ت) الانعكاس ب) الانسحاب ج) التّمدد د) الدوران

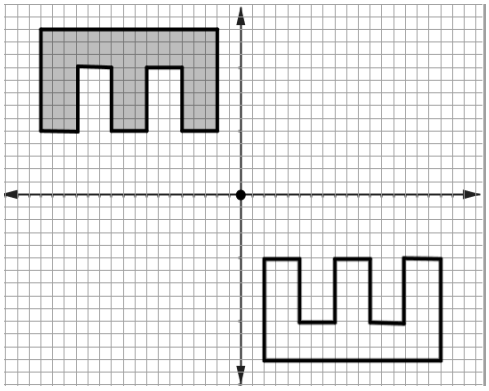
8) ما هي إحداثيات الخط المستقيم س ص حيث س (3،4)، ص (−4، 1) بعد انعكاسه في محور السينات:

أ. س (3، 4)، ص (1، −4)　　ب. س (4، −3)، ص (−4، −1)

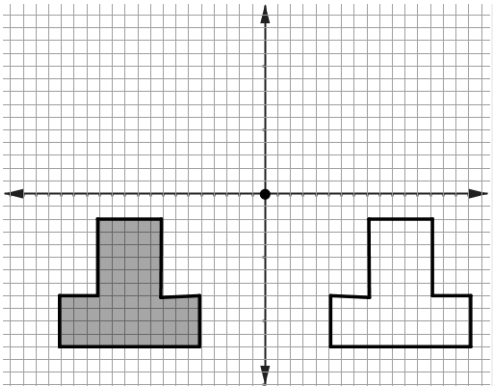
ج. س (−4، −3)، ص (4، −1)　　د. س (−3، −4)، ص (−1، 4)

السؤال الثاني: **صف/ي الإجراء الهندسي الذي حصل للشكل المظلل ليصبح الشكل غير المظلل وضع/ي إجابتك في المستطيل المخصص مع التبرير (8 علامات)**

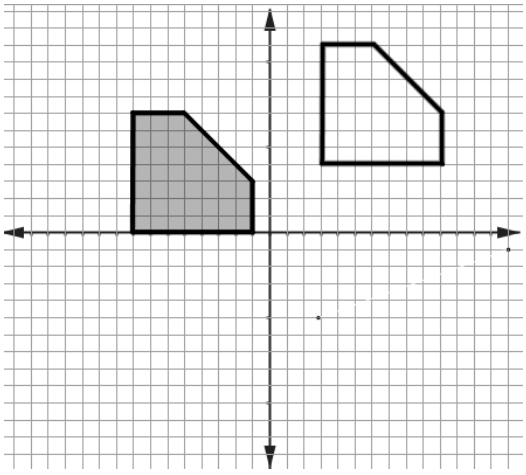
أ)



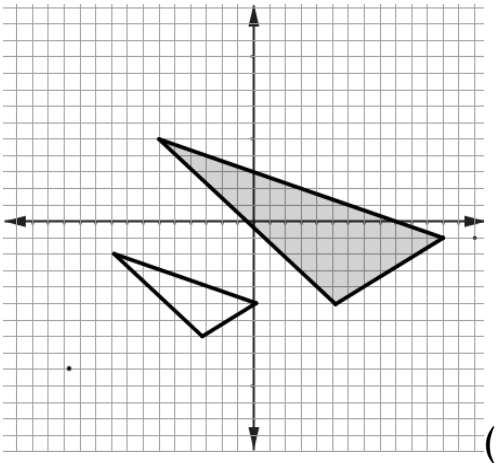
ب)



ج)



د)



<u>السؤال الثالث:</u> **في الشكل (4) أجري التحويلات الهندسية المطلوبة للشكل المرسوم وأعبر عنها بالرموز (اسم النقاط وإحداثياتها) قبل وبعد إجراء التحويل الهندسي وارسميها (يفضل استخدام الألوان أو تغير شكل الخطوط (منقط، مقطع،...) (8 علامات)**

1) انعكاس حول المحور ص= −2

.....

. .....

2) تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 1/2

.....

. .....

3) دوران 180 درجة حول نقطة (0، 3).

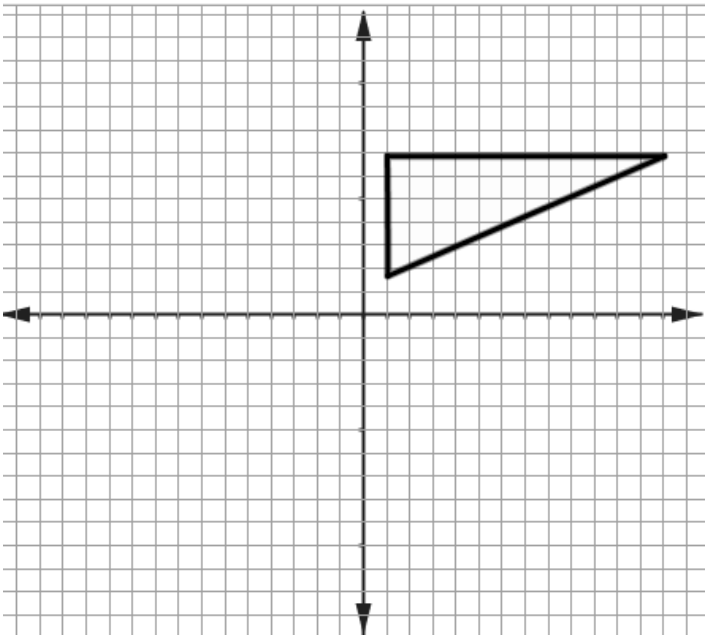
.....

. .....

4) انسحاب بمقدار 4 وحدات باتجاه محور الصادات السالب ووحدتين باتجاه الشرق.

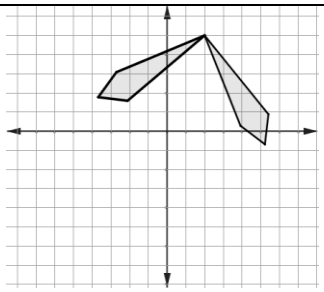
.....

. .....

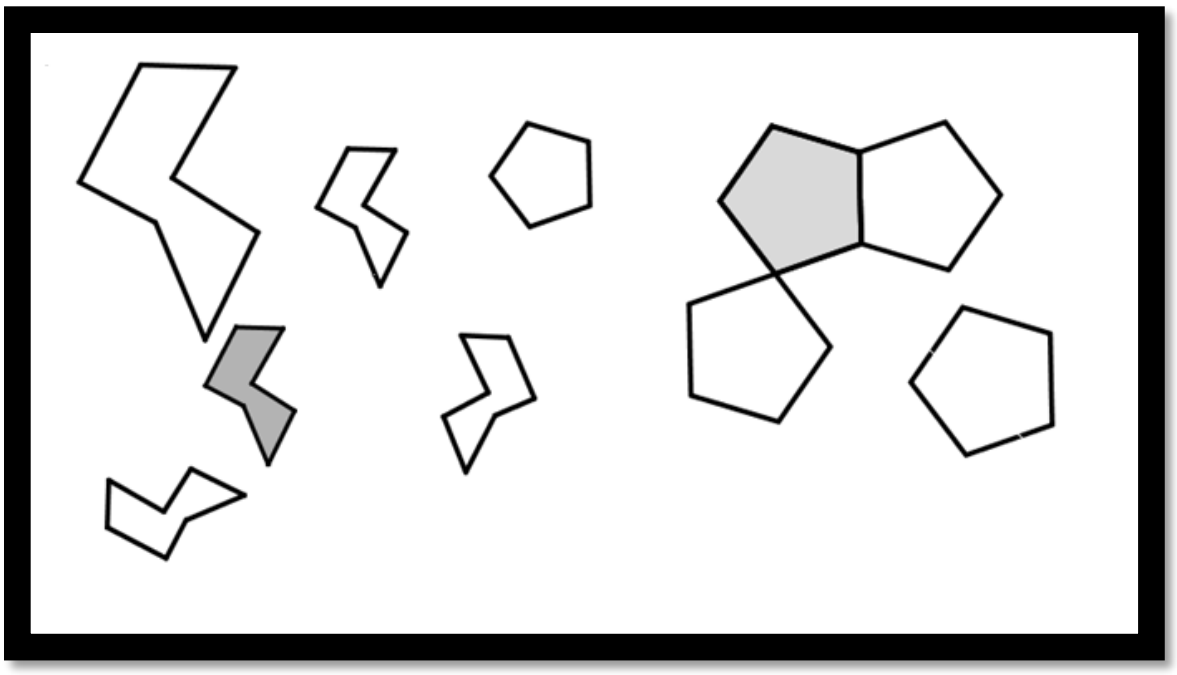


***<u>السؤال الرابع</u>*:أعبر عن التمثيل المعطى بتمثيل آخر بحيث تختار/ي تمثيلاً واحداً في الصف الواحد، على أن تكتبي خمسة تمثيلات مختلفة في الجدول (10 علامات)**

تمثيل حياتي	تمثيل رمزي	تمثيل صوري	تمثيل نماذج (نشاط عملي)	تمثيل لفظي
دولاب الملاهي				
			صناعة البلالين	

	أ (2،4) أصبحت أُ (−4، 2) (تطبيق)			
				
				تحريك الشكل من مكان إلى آخر دون أحداث أي تغيير عليه.

السؤال الخامس: **ضع/ي دائرة حول الشكل الذي يمثل انعكاساً، وضع/ ي × على الشكل الذي يمثل دوراناً، وضع/ ي مستطيل حول الشكل الذي يمثل تمدداً للشكل المظلل (8 علامات)**



☺☺☺ مع أمنيات بالتوفيق ☺☺☺

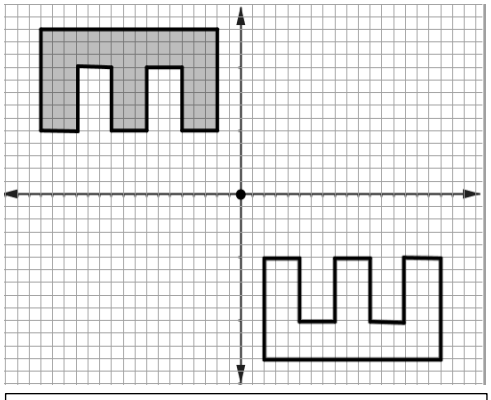
الملحق (6): مفتاح الإجابة للاختبار التحصيلي

السؤال الأول:

الفرع	رمز الإجابة الصحيحة
1	ج
2	ج
3	د
4	أ
5	ب
6	أ
7	د
8	ب

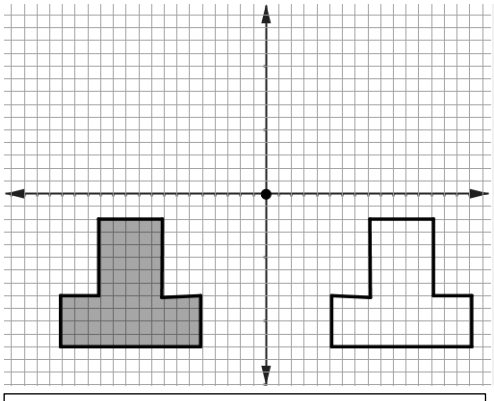
السؤال الثاني:

ب)



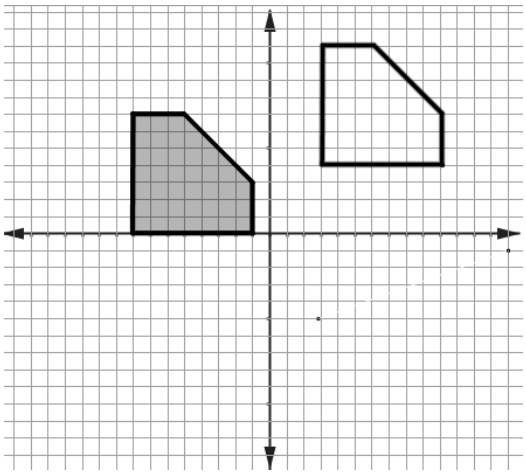
دوران 180° مع عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

ب)



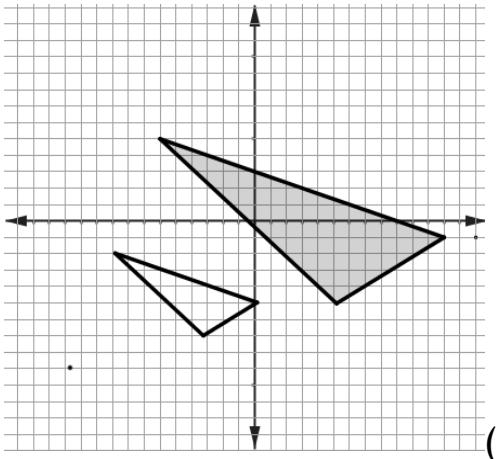
انعكاس حول محور الصادات.

ح)



انسحاب 11 وحدة يميناً ثم 4 وحدات للأعلى.

د)



تمدد تصغير.

ملاحظة: هناك تبريرات مختلفة للإجراء وقد تكون باستخدام القاعدة أو التعميم أو باستخدام كلمات لفظية.

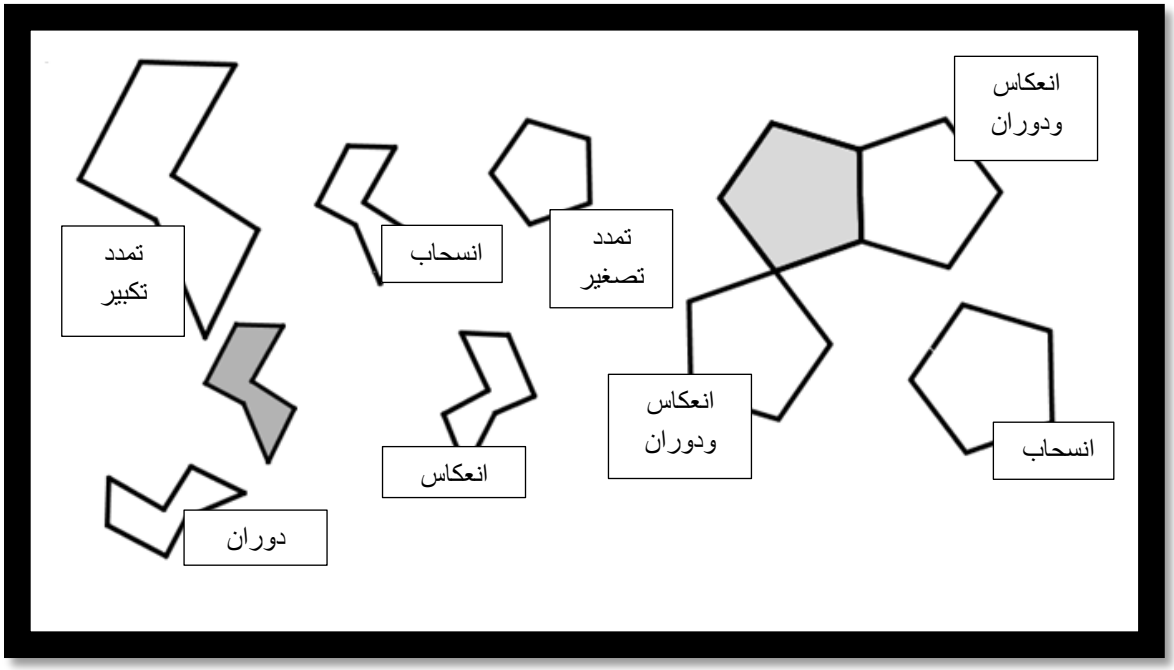
السؤال الثالث:

يوجد هناك إجراءات مختلفة، ولكن يجب أن تتناسب مع التعميمات والقواعد المطروحة في المخطط المفاهيمي في نهاية الوحدة المطورة (ملحق (2)).

السؤال الرابع:

يوجد تمثيلات متنوعة ومختلف ولكن يجب أن تكون قريبة من المفهوم وتوضحه.

السؤال الخامس:



☺☺☺ مع أمنيات بالتوفيق ☺☺☺

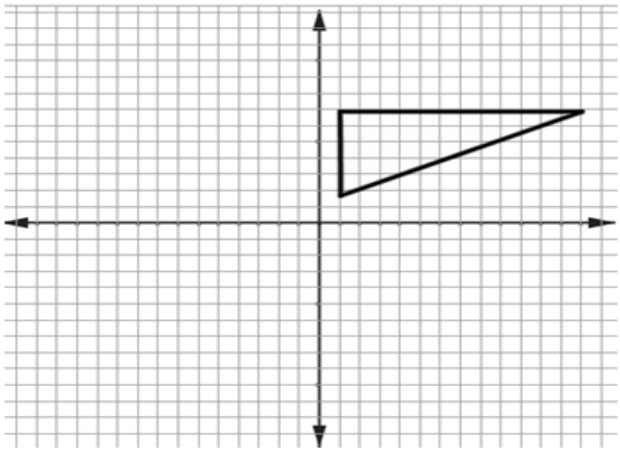
الملحق (7): أسئلة المقابلات.

السؤال الأول: في الشكل التالي قومي بإجراء التحويل الهندسي المطلوب للشكل المرسوم مع تفسير خطواتك التي تقومين بها

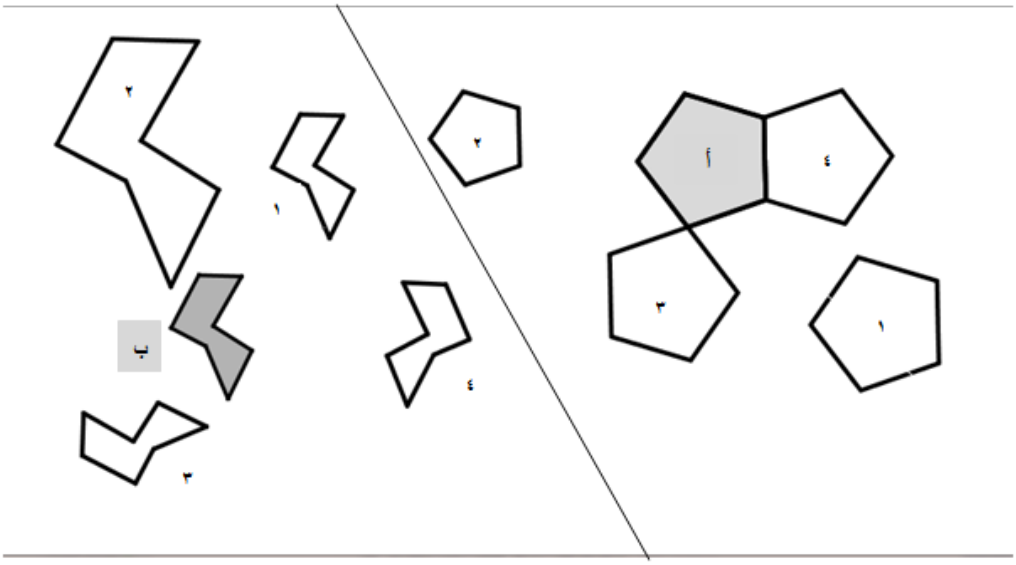
انعكاس حول المحور ص= −٢

.....

. .....



السؤال الثاني: اختاري الشكل "أ" أو "ب"، ثم حددي التحويل الهندسي الذي إجري له لتصبح صورته كل من ١، ٢، ٣، ٤ مع تفسير ذلك:



<u>السؤال الثالث:</u> ارسم/ي أي شكل هندسي دون استخدام الأدوات الهندسية أو باستخدامها، ثم حددي نقطة في أي مكان خارج أو داخل أو على الشكل. ثم إجراء دوران حول تلك النقطة بأي اتجاه وبأي زاوية ترغب/ي بها. ثم عليهم توضيح الاتجاه وومقدار الزاوية بالتقدير وكذلك سبب رسم صورة الشكل بعد الدوران بهذا الصورة.

الملحق (8): ورقة التأملات

إيجابيات التجربة (على أن تحدديها بشكل صريح) (الأنشطة، التمارين، الوقت، المسائل، العروض، الكتاب، المقاطع القصصية،....)	نقاط بحاجة إلى تطوير (ما لم يعجبك) (الأنشطة، التمارين، الوسائل، المقاطع القصصية، الكتاب، ....)	كيف برأيك يمكن تطوير الوحدة المصممة مع التفصيل مثلاً وقت أكثر؟ تمارين أكثر؟ التقييم لا يكون اختبار بل أنشطة عملية؟ (الأنشطة، التمارين، المسائل، ....)	ما الشيء الذي توقعتي تعلمه مع تطوير الكتاب ولم تتعلميه؟ وماذا تنصحي مصممي هذه الوحدة أثناء التصميم؟	ما هي الطريقة الأفضل برأيك هل هي طريقة الكتاب الأصلي أم المطور؟ وإذا كان الكتاب الأصلي لماذا؟ وإذا كان الكتاب المطور لماذا؟

ما تعريفك لتعلم؟ ..... .

ما دور المعلمة برأيك؟ ..... .

ما دورك كمتعلمة برأيك؟ ..... .